



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
CONSEJO DE FACULTAD

RESOLUCIÓN N° 304-2021 CF/FCE

Bellavista, 20 de octubre de 2021

VISTO:

El Oficio N° 0064-2021-DEPE/FCE, donde el Director de la Escuela Profesional de Economía, remite la relación de docentes que ha cumplido con presentar la ELABORACIÓN DE GUIAS Y/O SEPARATA, de acuerdo a la DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

CONSIDERANDO:

Que, el art. 47° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, enmarcando en la Ley Universitaria – Ley 30220, establece las funciones de la Dirección de Escuela Profesional entre las que se detalla la gestión del desarrollo y cumplimiento de las actividades académicas, así como supervisar las actividades de tutoría, desarrollo estudiantil y emprendimiento, velando por su calidad académica profesional;

Que, constituyen materiales usados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, las notas de clases Separatas, guías de prácticas, etc. preparados por los docentes y autorizados y visados por la unidad académica correspondiente.

Que, con Resolución N° 130-2021-CF/FCE, se aprobó la DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

Que, con citación a Consejo de Facultad N° 38-/2021, de fecha 18/10/2021, se convocó a sesión extraordinaria para el día 18/10/2021 a las 15 horas, y en el punto de agenda N° 03 se consideró lo siguiente “3.APROBACION DE SEPARATAS DE LOS DOCENTES DE LA FACULTAD DE ACUERDO A LA RESOLUCIÓN N° 130-2021 CF/FCE.

Estando a lo acordado, el Consejo de Facultad, en su sesión extraordinaria del 19 de octubre de 2021, y al amparo de las atribuciones conferidas por el Art. N° 189.2 del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao.

RESUELVE:

1. Aprobar GUIAS Y/O SEPARATA DE LOS DOCENTES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, CORRESPONDIENTE AL SEMESTRE 2021A DE ACUERDO A LA DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

APELLIDOS Y NOMBRES	GUIAS Y/O SEPARATA
BARBOZA CARAPE LUIS LEONCIO	MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II.
CALERO BRIONES, MAXIMO	ECONOMIA I – PRACTICA
HUMAN PASTORELLI, SANDRA ELIZABETH	ECONOMÍA I.
JÁUREGUI VILLAFUERTE, CÉSAR GUILLERMO	PLANEAMIENTO ESTRATEGICO
SOSA SOSA, LUIS MIGUEL	ECONOMÍA I (Primer Ciclo).

2. Solicitar que Oficina de Publicaciones y Marketing en coordinación con la Oficina de Tecnología de la Información y Comunicaciones de la Facultad, realice la diagramación y la respectiva publicación en los diferentes medios tecnológicos, para conocimiento del alumnado.
3. TRANSCRIBIR la presente Resolución al Rector y demás dependencias Administrativas para que alcance su objeto.

Regístrese, comuníquese y archívese


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
AUGUSTO CARO ANCHAY
DECANO



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

**PROFESOR: LUIS LEONCIO
BARBOZA CARAPE**

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

PROFESOR: LUIS LEONCIO BARBOZA CARAPE

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

**MAGISTER EN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA
UNIVERSITARIA**

MAESTRÍA EN MATEMÁTICAS PURAS-PUCP

ÍNDICE

1. Ecuaciones en Diferencias	4
2. Ecuaciones en Diferencia de primer orden	6
3. Estados de equilibrio	11
4. Ecuaciones en Diferencia de segundo orden	12
5. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales	20
6. Sistemas Lineales Planos	23
7. Tipos de equilibrio	28
8. Diagramas de fase	31
9. Sistemas de Ecuaciones en Diferencia	33
10. Introducción al Cálculo de Variaciones	36
11. Formulación del problema del Cálculo de Variaciones	38
12. Condiciones de Primer Orden	40
13. Ecuación de Euler	42
14. Condiciones de segundo Orden	43
15. Transversalidad	45
16. Control Óptimo, planteamiento del problema	46
17. Condición de primer orden. Principio del máximo	47
18. Principio del máximo de Pontryagin	51
19. Transversalidad	54
20. Hamiltoniano en Tiempo Corriente	56

21. Sucesiones de Números reales	62
22. Series de Números reales	67
23. Bibliografía	72



ECUACIONES EN DIFERENCIA

En economía se estudia frecuentemente la evolución temporal de variables económicas, como el producto nacional, el tipo de interés, la oferta monetaria, la producción del petróleo, el precio de la papa, etc.

Cuando el tiempo t es continuo, el patrón de cambio de una variable $x(t)$ dependerá de $x'(t)$, $x''(t)$, ... ; es decir el cambio de tiempo contemplado ocurre en forma continua.

Sin embargo si consideramos el tiempo como una variable discreta, de modo que la variable t puede adoptar solo valores enteros, entonces el cambio de variable $x(t)$ debe describirse en las llamadas diferencias, esto da paso a las **ecuaciones en diferencias**.

En economía los cambios de muchas de las cantidades se estudian a intervalos fijos de tiempo. Dichas cantidades pueden ser *renta*, *consumo* y *ahorro* y los intervalos pueden ser un día, una semana o un año. Las ecuaciones que relacionan tales cantidades en momentos distintos de tiempo se llaman **ecuaciones en diferencias**.

Si se trabaja con tiempo discreto, el valor de la variable x cambia solo cuando la variable t cambia de un valor entero al siguiente, (tal como de $t = 1$ a $t = 2$), mientras tanto no debe ocurrir nada con t .

El operador Diferencia

Definición: Dada una función $x: A \rightarrow \mathbb{R}$, con $A \subset \mathbb{R}$, llamamos primera diferencia de x (o diferencia de primer orden de x) a la función definida Δx definida por

$$\Delta x(t) = x(t + 1) - x(t)$$

cuyo dominio para Δx es $\{t \in A / t + 1 \in A\}$

Podemos denotar de la siguiente manera:

$$\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$$

Definición: Dada una función $x(t)$ y su primera diferencia Δx_t , llamamos segunda diferencia de x a la función denotada por $\Delta^2 x$ y definida por

$$\Delta^2 x_t = \Delta(\Delta x_t)$$

Así entonces:

$$\Delta^2 x_t = \Delta(\Delta x_t) = \Delta(x_{t+1} - x_t) = (x_{t+2} - x_{t+1}) - (x_{t+1} - x_t) = x_{t+2} - 2x_{t+1} + x_t$$

Se prueba que

$$\Delta^n x_t = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k x_{t+n+k}$$

con $k, n \in \mathbb{N}$

Definición: Llamamos ecuación en diferencias ordinaria a una relación entre una variable independiente t , una función $x(t)$ con $x(t+1), x(t+2), x(t+3), \dots, x(t+n)$, es decir

$$F(t, x(t), x(t+1), x(t+2), x(t+3), \dots, x(t+n)) = 0$$

o

$$F(t, x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_{t+n}) = 0$$

Definición: Una ecuación en diferencias es de orden n cuando $\Delta^n x$ es la diferencia más alta que hay en ella.

Es decir cuando está el término x_{t+n} , con n el mayor valor entero.

- Llamamos orden de la ecuación, a la diferencia entre el mayor y el menor de los índices que afectan a x .

Definición: Una ecuación en diferencias de orden n , es lineal si es de la siguiente forma

$$q_n(t)x_{t+n} + q_{n-1}(t)x_{t+n-1} + \dots + q_1(t)x_{t+1} + q_0(t)x_t = g(t)$$

donde $q_n, q_{n-1}, \dots, q_1, q_0$ son funciones conocidas.

- Si $g(t) = 0$, se llamará homogénea.
- Si $g(t) \neq 0$, se llamará no homogénea.

Definición: Una función $u(t) = u_t$ es una solución de la ecuación en diferencias

$$F(t, x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots, x_{t+n}) = 0$$

en un conjunto M , si

$$F(t, u_t, u_{t+1}, u_{t+2}, \dots, u_{t+n}) = 0, \text{ para todo } t \in M$$

ECUACIONES EN DIFERENCIAS DE PRIMER ORDEN

Los economistas analizan los cambios de muchas de las cantidades que estudian a intervalos fijos de tiempo. Las cantidades pueden ser renta, consumo y ahorro. Los intervalos de tiempo pueden ser un día, una semana, un mes o un año. Las ecuaciones que relacionan tales cantidades en momentos distintos de tiempo se llaman ecuaciones en diferencias.

Una ecuación de este tipo puede relacionar el producto nacional bruto en un periodo con el producto nacional bruto en otro periodo, o en varios otros.

Sea $f(t, x)$ una función definida para todos los t enteros positivos y el cero ($\{0\} \cup \mathbb{Z}$) y todos los números reales x .

Una ecuación en diferencias de primer orden es

$$x_{t+1} = f(t, x_t) \quad \text{con } t = 0, 1, 2, \dots$$

Esta es una ecuación de primer orden porque relaciona el valor de una función en cada periodo t solamente con su valor en el periodo anterior, $t - 1$

Supongamos que f está definida para todos los valores posibles (t, x_t, x_{t+1}) y que x_0 este fijado.

Haciendo

$$t = 0 \text{ tenemos } x_1 = f(0, x_0)$$

$$t = 1 \text{ tenemos } x_2 = f(1, x_1)$$

$$t = 2 \text{ tenemos } x_3 = f(2, x_2)$$

Si seguimos sucesivamente, vemos que x_0 determina unívocamente los valores de x_t para todo t .

Teorema: (Teorema de existencia y unicidad)

Consideremos la ecuación en diferencias $x_{t+1} = f(t, x_t)$, $t = 0, 1, 2, \dots$ donde f está definida para todos los valores de las variables. Si x_0 es un número arbitrario pero fijo, existe entonces una función unívocamente determinada x_t que es una solución de la ecuación y que vale x_0 en $t = 0$.

ECUACIONES EN DIFERENCIA

EJERCICIOS:

1. Dada la sucesión, verificar si es o no solución de la ecuación en diferencias correspondiente:

$y_t = \text{sen}(\pi t)$	$y_{t+1} = -y_t$ <p>Veamos:</p> $\text{sen}(\pi(t+1)) = -\text{sen}(\pi t)$ $\text{sen}(\pi t + \pi) = -\text{sen}(\pi t)$ $\text{sen}(\pi t)\cos\pi + \text{sen}\pi \cos(\pi t) = -\text{sen}(\pi t)$ $\text{sen}(\pi t)(-1) + (0)\cos(\pi t) = -\text{sen}(\pi t)$ $-\text{sen}(\pi t) = -\text{sen}(\pi t), \forall t \in \mathbb{N}$ <p>Verdadero, por lo tanto si es solución.</p>
$y_t = 3t^2 + t$	$y_{t+1} - y_t - 1 = 12t + 1$ <p>Veamos:</p> $3(t+1)^2 + (t+1) - (3t^2 + t) - 1 = 12t + 1$ $6t + 3 = 12t + 1$ <p>No cumple por ejemplo para $t = 1$.</p> $6(1) + 3 = 12(1) + 1$ $9 = 12 \quad (\text{falso})$ <p>Por lo tanto no es solución.</p>
$y_t = \left(\frac{1}{3}\right)^t$	$6y_{t+2} = 7y_{t+1} - 4y_t$

2. Dadas las siguientes ecuaciones en diferencias, hallar su solución, punto de equilibrio (o punto fijo), diga si el punto de equilibrio es asintóticamente estable, graficar la solución y trazar su diagrama de fases.

a. $y_{t+1} = -\frac{1}{4}y_t + 4, y_0 = 5$

b. $y_{t+1} - \frac{1}{2}y_t = 2, y_0 = 4$

c. $y_{t+1} - \frac{1}{2}y_t = 2$, $y_0 = 4$

3. El ingreso Y_t evoluciona de acuerdo con la siguiente ecuación: $Y_{t+1} = C_t + I_t$, en donde I_t es inversión y C_t es consumo. Si $C_t = mY_t + c$, con $0 < m < 1$ y $c > 0$, y la inversión es constante, de manera que $I_t = I$, obtener una ecuación en diferencias para el ingreso y resolverla. Analizar la convergencia del modelo.
4. Modelo del Multiplicador-Acelerador del Crecimiento. Sea Y_t la renta nacional, I_t la inversión total, y S_t el ahorro total (todas las variables en el periodo t). Se supone que los ahorros son proporcionales al nivel de la renta nacional y que la inversión es proporcional al cambio en el nivel de renta en dos períodos consecutivos. Entonces, para $t = 0 ; 1 ; \dots$

$$\begin{aligned} S_t &= \alpha Y_t \\ I_{t+1} &= \beta(Y_{t+1} - Y_t) \\ S_t &= I_t \end{aligned}$$

Encuentre una ecuación en diferencias para Y_t y resolverla.

5. Sea W_t que designa el nivel salarial, resolver la ecuación:

$$W_{t+1} = c(\gamma + \beta W_t) \quad , \quad c\beta \neq 1$$

¿Bajo qué condiciones el punto de equilibrio será estable y cuál es el límite de W_t , cuando $t \rightarrow +\infty$ en este caso?

6. Dadas la oferta y demanda, encuentre una ecuación en diferencias, hallar la solución, el punto de equilibrio, analizar si el punto de equilibrio es estable y trazar el diagrama de la telaraña.

a. $O: q_t = \frac{-3}{4} + p_{t-1}$, $D: q_t = 8 - \frac{4}{3}p_t$, $p_0 = 1$

Solución

La ecuación en diferencias que se obtiene es:

$$p_t = \frac{-3}{4}p_{t-1} + \frac{105}{16}$$

Cuya solución es: $p_t = \left(\frac{-3}{4}\right)^t p_0 + \frac{105}{16} \left(\frac{1 - \left(\frac{-3}{4}\right)^t}{1 - \left(\frac{-3}{4}\right)}\right)$

$$p_t = \left(\frac{-3}{4}\right)^t \left(p_0 - \frac{15}{4}\right) + \frac{15}{4}$$

$$p_t = \left(\frac{-3}{4}\right)^t \left(1 - \frac{15}{4}\right) + \frac{15}{4}$$

$$p_t = \left(\frac{-3}{4}\right)^t \left(\frac{-11}{4}\right) + \frac{15}{4}$$

El punto-precio de equilibrio es $p^* = \frac{15}{4}$, luego reemplazando tenemos la cantidad de equilibrio $q^* = 3$, entonces el punto de equilibrio es $\left(3; \frac{15}{4}\right)$.

El punto de equilibrio es estable ya que existe el límite de la solución:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p_t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{-3}{4}\right)^t \left(\frac{-11}{4}\right) + \frac{15}{4} \right) = \frac{15}{4}$$

b. $O: q_t = -2 + 3p_{t-1}$, $D: q_t = \frac{13}{10} - p_t$, $p_0 = 1$

Solución

La ecuación en diferencias que se obtiene es:

$$p_t = -3p_{t-1} + \frac{33}{10}$$

Cuya solución es: $p_t = (-3)^t p_0 + \frac{33}{10} \left(\frac{1-(-3)^t}{1-(-3)}\right)$

$$p_t = (-3)^t \left(p_0 - \frac{33}{40}\right) + \frac{33}{40}$$

$$p_t = (-3)^t \left(1 - \frac{33}{40}\right) + \frac{33}{40}$$

$$p_t = (-3)^t \left(\frac{7}{40}\right) + \frac{33}{40}$$

El punto-precio de equilibrio es $p^* = \frac{33}{40}$, luego reemplazando tenemos la cantidad de equilibrio $q^* = \frac{19}{40}$, entonces el punto de equilibrio es $(\frac{19}{40}; \frac{33}{40})$.

El punto de equilibrio **no** es estable ya que **no** existe el límite de la solución:

$\lim_{t \rightarrow +\infty} p_t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left((-3)^t \left(\frac{7}{40} \right) + \frac{33}{40} \right)$ No existe, la solución es oscilante explosiva.

c. $O: q_t = -2 + p_{t-1}$, $D: q_t = 22 - 3p_t$, $p_0 = 3$

d. $O: q_t = -1 + 5p_{t-1}$, $D: q_t = 3,5 - 0,7p_t$, $p_0 = 2$

ESTADOS DE EQUILIBRIO

Definición: Dado el sistema dinámico descrito por la ecuación $x_{t+1} = f(x_t)$, decimos que x^* es un punto fijo o punto de equilibrio o punto estacionario si se cumple que $x^* = f(x^*)$.

Consideremos la ecuación:

$$x_{t+1} = ax_t + b \quad , \text{ con } a \neq 1, b \neq 0$$

Podemos obtener un punto fijo de dicha ecuación resolviendo la ecuación:

$$x^* = ax^* + b$$

de donde $x^* = \frac{b}{1-a}$

Definición: Supongamos que el punto fijo x^* de un sistema dinámico discreto dado por $x_{t+1} = f(x_t)$ satisface la siguiente condición: existe un número $\delta > 0$ tal que se cumple

$$|x_0 - x^*| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x_t = x^*$$

es decir, la solución converge al equilibrio cuando $t \rightarrow \infty$ siempre y cuando el valor inicial esté suficientemente cerca de x^* . Se dice entonces que el equilibrio es **asintóticamente estable**.

Definición: Supongamos que el punto fijo x^* de un sistema dinámico discreto dado por $x_{t+1} = f(x_t)$ satisface la siguiente condición: para todo $\delta > 0$ existen un punto x_0 y un número natural n_0 tales que

$$|x_0 - x^*| < \delta \quad \text{y} \quad |x_{n_0} - x^*| \geq \delta$$

donde $x_{n_0} = f^{n_0}(x_0)$. Se dice, entonces, que el equilibrio es inestable.

Teorema: Dado $E \subset \mathbb{R}$ sea $f: E \rightarrow E$ una función diferenciable. Sea x^* un punto de equilibrio del sistema $x_{t+1} = f(x_t)$ tal que $|f'(x^*)| \neq 1$. Entonces se cumple:

- Si $|f'(x^*)| < 1$, entonces x^* es asintóticamente estable.
- Si $|f'(x^*)| > 1$, entonces x^* es inestable.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

ECUACIONES EN DIFERENCIA DE SEGUNDO ORDEN

La mayoría de las ecuaciones en diferencias de segundo orden se pueden escribir en la forma

$$x_{t+2} = f(t, x_t, x_{t+1}) \quad , \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Supongamos que f está definida para todos los valores posibles (t, x_t, x_{t+1}) y que x_0 y x_1 están fijados.

Haciendo

$$t = 0 \text{ tenemos } x_2 = f(0, x_0, x_1)$$

$$t = 1 \text{ tenemos } x_3 = f(1, x_1, x_2)$$

Si seguimos sucesivamente, vemos que x_0 y x_1 determinan unívocamente los valores de x_t para todo t .

Teorema: (Teorema de existencia y unicidad)

Consideremos la ecuación en diferencias $x_{t+2} = f(t, x_t, x_{t+1})$, $t = 0, 1, 2, \dots$ donde f está definida para todos los valores de las variables. Si x_0 y x_1 son números arbitrarios pero fijos, existe una función x_t unívocamente determinada que es una solución de la ecuación y tiene los valores dados para $t = 0, t = 1$.

La ecuación en diferencias lineal general de segundo orden es

$$x_{t+2} + a(t)x_{t+1} + b(t)x_t = c(t) \quad (M)$$

donde $a(t)$, $b(t)$ son funciones en t dadas.

La ecuación homogénea asociada

$$x_{t+2} + a(t)x_{t+1} + b(t)x_t = 0 \quad (N)$$

Si las funciones u_t^1 y u_t^2 satisfacen (N), entonces $x_t = Au_t^1 + Bu_t^2$ también satisface (N) para cualesquiera A y B constante.

La ecuación en diferencias homogénea

$$x_{t+2} + a(t)x_{t+1} + b(t)x_t = 0$$

tiene como **solución general**

$$x_t = Au_t^1 + Bu_t^2$$

donde u_t^1 y u_t^2 son dos soluciones linealmente independientes y A, B son constantes arbitrarias.

Veamos la estructura de la solución general de la ecuación no homogénea (M). Supongamos que podemos hallar una solución particular u_t^* de (M). Si x_t es una solución arbitraria de (M), se cumple que $x_t - u_t^*$ es solución de (N). Por tanto tenemos

$x_t - u_t^* = Au_t^1 + Bu_t^2$, donde u_t^1 y u_t^2 son dos soluciones linealmente independientes de (N) y A, B son constantes arbitrarias.

La **solución general** de la ecuación en diferencias no homogénea

$$x_{t+2} + a(t)x_{t+1} + b(t)x_t = c(t)$$

es

$$x_t = Au_t^1 + Bu_t^2 + u_t^*$$

donde $Au_t^1 + Bu_t^2$ es la solución general de la ecuación homogénea asociada y u_t^* es una solución particular de la no homogénea.

ECUACIONES DE SEGUNDO ORDEN CON COEFICIENTES CONSTANTES

Consideremos la ecuación homogénea

$$ax_{t+2} + bx_{t+1} + cx_t = 0 \quad (P)$$

donde a, b y c constantes con $a \neq 0$.

(la ecuación puede escribirse de la forma: $x_{t+2} + \frac{b}{a}x_{t+1} + \frac{c}{a}x_t = 0$)

La ecuación característica de (P) es

$$ar^2 + br + c = 0 \quad (Q)$$

sea el discriminante Δ de la ecuación.

1. Si $\Delta > 0$ las raíces son reales distintas y la solución de la ecuación es

$$x_t = c_1(r_1)^t + c_2(r_2)^t$$

donde r_1 y r_2 son soluciones de (Q)

2. Si $\Delta = 0$ las raíces son iguales y la solución de la ecuación es

$$x_t = (c_1 + c_2 t)r^t$$

donde r es la solución de (Q)

3. Si $\Delta < 0$ las raíces son complejas conjugadas $r_1 = \alpha + i\beta$ y $r_2 = \alpha - i\beta$ la solución es

$$x_t = \rho^t [c_1 \cos(t\theta) + c_2 \operatorname{sen}(t\theta)]$$

En todos los casos c_1 y c_2 son números reales que se determinan con las condiciones iniciales.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

Sea la ecuación en diferencias de segundo orden:

$$y_{t+2} + ay_{t+1} + by_t = F(t)$$

con $F(t) \neq 0$.

Para obtener la solución particular procederemos de la siguiente manera:

$F(t)$	y_t^p
c (constante)	A (constante)
d^t	Ad^t Si d es raíz del polinomio característico, Atd^t
t^n	$A_n t^n + A_{n-1} t^{n-1} + \dots + A_2 t^2 + A_1 t + A_0$
$\text{sen}(mt)$ o $\text{cos}(mt)$	$A \text{sen}(mt) + B \text{cos}(mt)$
$t^n d^t$	$d^t (A_n t^n + A_{n-1} t^{n-1} + \dots + A_2 t^2 + A_1 t + A_0)$
$d^t \text{sen}(mt)$ o $d^t \text{cos}(mt)$	$d^t (A \text{sen}(mt) + B \text{cos}(mt))$

Bibliografía:

- **MATEMÁTICAS PARA EL ANÁLISIS ECONÓMICO**
Knut Sydsaeter y Peter Hammond
- **MÉTODOS DINÁMICOS EN ECONOMÍA**
Héctor Lomelí y Irma Rumbos

7. Resolver las siguientes ecuaciones en diferencias:

a. $y_{t+2} - y_{t+1} - 30y_t = 0$

b. $y_{t+2} - y_{t+1} - 30y_t = (6)^t$

c. $y_{t+2} + \frac{1}{4}y_t = 5$, $y_0 = 5$, $y_1 = 6$

d. $y_{t+3} + y_{t+2} - 4y_{t+1} + 80y_t = 6(-5)^t$

e. $y_{t+2} - y_{t+1} - 2y_t = (2)^t$

f. $4y_{t+2} + 4ay_{t+1} + a^2y_t = 0$ donde a es una constante que cumple $-2 < a < 2$.

8. Un modelo de J.R Hicks usa la siguiente ecuación en diferencias:

$$Y_{t+2} - (b + k)Y_{t+1} + kY_t = a(1 + g)^t \quad (t = 0 ; 1 ; 2 \dots)$$

donde a, b, g, k constantes.

a. Hallar una solución particular Y_t^p de la ecuación.

b. Dar condiciones para que la ecuación característica tenga dos raíces complejas.

9. La siguiente ecuación aparece en un artículo de Akerlof y Stiglitz:

$$K_{t+2} + \left(\frac{\sigma\beta}{\alpha} - 2\right)K_{t+1} + (1 - \sigma\beta)K_t = d$$

donde α, β, σ son constantes positivas.

Muestre que para que las raíces de la ecuación característica sean complejas debe cumplirse que: $\sigma\beta < 4\alpha(1 - \alpha)$

PRÁCTICA CALIFICADA 1

1. Dada la ecuación: $(t + 5)y_{t+2} - 2(t + 4)y_{t+1} - (t + 3)y_t = 6t + 22$ ¿ $y_t = \frac{2}{t+3} - 4$ es solución de la ecuación?
2. Resolver las siguientes ecuaciones:
 - a. $x_{t+2} - 5x_{t+1} = 24x_t$, $x_0 = 5$, $x_1 = 18$
 - b. $x_{t+2} - 4x_{t+1} + 16x_t = 0$
 - c. $x_{t+2} - x_{t+1} - 20x_t = 2(-4)^t$
3. Dada la siguiente ecuación en diferencias: $x_{t+2} - 4x_{t+1} + 16x_t = (4)^t - 6t^2 + 2$,exprese la forma que tiene la solución particular a dicha ecuación.
4. Modelo del multiplicador-acelerador del crecimiento. Sean: Y_t la renta nacional, C_t el consumo total, y I_t la inversión total de un país, todas en un instante t . Suponemos que para todo $t = 0, 1, 2, \dots$
 - A. $Y_t = C_t + I_t$ (la renta se divide entre consumo e inversión)
 - B. $C_{t+1} = aY_t + b$ (el consumo depende linealmente de la renta del período anterior)
 - C. $I_{t+1} = c(C_{t+1} - C_t)$ (la inversión es proporcional a la variación del consumo) donde a, b y c son constantes positivas.

Muestre que se puede obtener la siguiente ecuación en diferencias:

$$Y_{t+2} - a(1 + c)Y_{t+1} + acY_t = b$$

determine la solución particular.

5. Resolver las siguientes ecuaciones:
 - a. $x_{t+2} - 28x_t = 3x_{t+1}$, $x_0 = 8$, $x_1 = 15$
 - b. $9x_{t+2} - 6x_{t+1} + x_t = 0$
 - c. $x_{t+2} + 8x_{t+1} = -65x_t$
6. Resolver la siguiente ecuación en diferencias:
$$x_{t+2} + x_{t+1} - 12x_t = 6t + 5(3)^t$$

7. Modelo del multiplicador-acelerador del crecimiento. Sean: Y_t la renta nacional, C_t el consumo total, y I_t la inversión total de un país, todas en un instante t . Suponemos que para todo $t = 0, 1, 2, \dots$

D. $Y_t = C_t + I_t$ (la renta se divide entre consumo e inversión)

E. $C_{t+1} = 3Y_t + 10$ (el consumo depende linealmente de la renta del período anterior)

F. $I_{t+1} = 3(C_{t+1} - C_t)$ (la inversión es proporcional a la variación del consumo) donde a, b y c son constantes positivas.

- a. **Muestre** que se puede obtener la siguiente ecuación en diferencias:

$$Y_{t+2} - 12Y_{t+1} + 9Y_t = 10$$

- b. Determine la solución de la ecuación anterior.

8. Modelo de interacción de multiplicador con acelerador de Samuelson

Tenemos:

$$Y_t = C_t + I_t + G_0$$

$$C_t = \gamma Y_{t-1}, \quad 0 < \gamma < 1$$

$$I_t = \alpha(C_t - C_{t-1}), \quad \alpha > 0$$

- a. Muestre que se puede obtener la siguiente ecuación en diferencias:

$$Y_t - \gamma(1 + \alpha)Y_{t-1} + \alpha\gamma Y_{t-2} = G_0$$

- b. La ecuación anterior desplazar los subíndices **hacia adelante por dos periodos**, y hallar su solución particular.

- c. Con respecto a la parte homogénea, halle las soluciones de la ecuación característica (utilizar la fórmula general) y muestre que serán reales si $\gamma > \frac{4\alpha}{(1+\alpha)^2}$

- d. Dada la ecuación $x_{t+2} + ax_{t+1} + bx_t = c_t$ se llama globalmente asintóticamente estable, o simplemente estable si y solo si $|a| < 1 + b$ y $b < 1$

Dar condiciones para que la ecuación obtenida en la parte a. o b. **sea estable**.

9. Resolver las siguientes ecuaciones:

a. $x_{t+2} - 12x_t = 4x_{t+1}$, $x_0 = 6$, $x_1 = 18$

b. $25x_{t+2} + 10x_{t+1} + x_t = 0$

c. $x_{t+2} + 8x_{t+1} = -65x_t$

10. Resolver la siguiente ecuación en diferencias:

$$x_{t+2} - 3x_{t+1} - 10x_t = 4t + 3(-2)^t$$

11. Dada la oferta y demanda: $O: q_t = -2 + p_{t-1}$, $D: q_t = 16 - 2p_t$, $p_0 = 2$

- Hallar una ecuación en diferencias.
- Trazar un diagrama de fases de la ecuación obtenida, considerando en el eje horizontal p_{t-1} y en el eje vertical p_t . Debe dar una conclusión de acuerdo al diagrama obtenido.
- Resolver la ecuación obtenida en la parte a) dando el punto de equilibrio.
- Trazar el diagrama de la telaraña, considerando en el eje horizontal q y en el eje vertical p . según lo obtenido en c). Debe dar una conclusión.

12. Dado el modelo simplificado de Metzler:

$$\begin{cases} y_t = u_t + v \\ u_t = \beta y_{t-1} & 0 < \beta < 1 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

Hallar la solución para y_t y analizar su convergencia.

13. Un modelo de Ball y Smolensky se basa en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} C_t = cY_{t-1} & , c > 0 \\ K_t = \sigma Y_{t-1} & , \sigma > 0 \\ Y_t = C_t + K_t - K_{t-1} \end{cases}$$

- Deducir una ecuación en diferencias de segundo orden para Y_t .
- La ecuación obtenida en la parte anterior desplazar los subíndices hacia adelante por dos periodos y si se cumple que $(c + \sigma)^2 < 4\sigma$, hallar la solución

14. Solucione $y_{t+1} = \frac{y_t}{1+y_t}$ efectuando la sustitución $z_t = \frac{1}{y_t}$

15. Resolver

$$D_{t+2} - 4(ab + 1)D_{t+1} + 4a^2b^2D_t = 0$$

donde a, b son constantes, con $1 + 2ab > 0$



Sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

Definición: Un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden es una expresión del tipo

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= F_1(t; x_1; x_2; \dots; x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= F_2(t; x_1; x_2; \dots; x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= F_n(t; x_1; x_2; \dots; x_n)\end{aligned}\quad (1)$$

o utilizando la siguiente notación

$$\begin{aligned}x_1' &= F_1(t; x_1; x_2; \dots; x_n) \\ x_2' &= F_2(t; x_1; x_2; \dots; x_n) \\ &\vdots \\ x_n' &= F_n(t; x_1; x_2; \dots; x_n)\end{aligned}\quad (1)$$

en donde t es una variable independiente que denota al tiempo, $x_1; x_2; \dots; x_n$ son variables que dependen de t que toman valores reales y $F_1; F_2; \dots; F_n$ son funciones reales definidas en un subconjunto $G \subset \mathbb{R}^{n+1}$.

Cuando las funciones $F_1; F_2; \dots; F_n$ sólo dependen de las variables $x_1; x_2; \dots; x_n$ y no dependen de la variable temporal t , en este caso (1) toma la forma

$$\begin{aligned}x_1' &= F_1(x_1; x_2; \dots; x_n) \\ x_2' &= F_2(x_1; x_2; \dots; x_n) \\ &\vdots \\ x_n' &= F_n(x_1; x_2; \dots; x_n)\end{aligned}\quad (2)$$

Decimos que (2) es un sistema autónomo de ecuaciones diferenciales ordinarias, mientras que (1) es llamado sistema no autónomo.

Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales

Un caso particular e importante de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias viene dado cuando las funciones $F_1; F_2; \dots; F_n$ son del tipo

$$F_{i1}(t; x_1; x_2; \dots; x_n) = a_{i1}(t)x_1 + a_{i2}(t)x_2 + \dots + a_{in}(t)x_n + b_i(t)$$

en donde a_{ij} y b_i ($1 \leq i, j \leq n$) son funciones continuas dadas definidas en un cierto intervalo J de la recta real R y con valores en R , en este caso tenemos

$$\begin{aligned} x'_1 &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \dots + a_{1n}(t)x_n + b_1(t) \\ x'_2 &= a_{21}(t)x_1 + a_{22}(t)x_2 + \dots + a_{2n}(t)x_n + b_2(t) \\ &\vdots \\ x'_n &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \dots + a_{nn}(t)x_n + b_n(t) \end{aligned} \quad (3)$$

el sistema (3) recibe el nombre de sistema de ecuaciones diferenciales lineal. Cuando $b_i(t) = 0, i = 1; 2; \dots; n$ se dice que el sistema lineal (3) es homogéneo, de otro modo es no homogéneo.

Si denotamos

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11}(t) + a_{12}(t) + \dots + a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) + a_{22}(t) + \dots + a_{2n}(t) \\ \vdots \\ a_{n1}(t) + a_{n2}(t) + \dots + a_{nn}(t) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix}$$

entonces (3) toma la forma

$$X' = AX + B \quad (4)$$

Si las funciones a_{ij} ($1 \leq i, j \leq n$) son constantes el sistema (3) queda de la forma

$$\begin{aligned} x'_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_1(t) \\ x'_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_2(t) \\ &\vdots \\ x'_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_n(t) \end{aligned} \quad (5)$$

y lo llamaremos sistema de ecuaciones diferenciales lineal con coeficientes constantes.

Ejemplos:

- $\frac{dx}{dt} = 3x + 5y$
- $\frac{dy}{dt} = 4x - 6y$

$$\frac{dx}{dt} = 6x + y - 2z + t^2$$

- $\frac{dy}{dt} = 8x + 5y - z + 10t$

$$\frac{dz}{dt} = 2x + 9y - z + 6t$$

Definición: Un vector solución $X(t) = \varphi(t)$ en un intervalo J del sistema (4) es una matriz de la forma

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \vdots \\ \varphi_n(t) \end{bmatrix}$$

donde las $\varphi_i(t)$, $i = 1; 2; \dots; n$ son funciones diferenciables, tal que

$$\varphi'(t) = A\varphi(t) + B$$

con $\varphi'(t) = \begin{bmatrix} \varphi'_1(t) \\ \varphi'_2(t) \\ \vdots \\ \varphi'_n(t) \end{bmatrix}$.

Teorema: (Principio de superposición)

Sea $X_1; X_2; \dots; X_n$ un conjunto de vectores solución linealmente independientes del sistema homogéneo $X' = AX$ en un intervalo J , entonces la combinación lineal

$$X = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_k X_n$$

donde c_i , $i = 1; 2; \dots; n$ son constantes arbitrarias, es también una solución en el intervalo.

Ejemplo: Compruebe que en el intervalo $J =]-\infty; +\infty[$ $\varphi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{bmatrix}$

$\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3e^{6t} \\ 5e^{6t} \end{bmatrix}$ son soluciones de la ecuación $X' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} X$.

Ejemplo: Determine una solución del sistema $X' = AX + B$, donde $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} \forall t \in \mathbb{R}$.



Sistema lineales planos

Para resolver un sistema homogéneo

$$x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2$$

$$x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$X' = AX$$

lo primero que debemos hacer es calcular los autovalores de la matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ de coeficientes, es decir las raíces de la ecuación característica:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$\lambda^2 - (\text{Traza}A)\lambda + \det(A) = 0$$

$$\lambda = \frac{\text{Traza}A \pm \sqrt{(\text{Traza}A)^2 - 4\det(A)}}{2}$$

Sea $\Delta = (\text{Traza}A)^2 - 4\det(A)$

- I. Si $\Delta > 0$ se tiene dos raíces reales y diferentes, es decir **dos autovalores reales y distintos** λ_1 y λ_2 entonces la solución general del sistema $X' = AX$ es

$$X(t) = P \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = c_1 e^{\lambda_1 t} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} + c_2 e^{\lambda_2 t} \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix}$$

$$X(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} + c_2 e^{\lambda_2 t} \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix}$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes reales arbitrarias.

$$P = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

siendo

$$\bullet (A - \lambda_1 I) \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- $(A - \lambda_2 I) \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

II. Si $\Delta = 0$ se tiene una sola raíz real, (doble raíz) es decir **un solo autovalor** λ entonces la solución general del sistema $X' = AX$ es

$$X(t) = P \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & te^{\lambda t} \\ 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$X(t) = c_1 e^{\lambda t} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} + c_2 \left(te^{\lambda t} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} + e^{\lambda t} \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} \right)$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes.

$$P = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

siendo

- $(A - \lambda I) \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

- $(A - \lambda I) \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix}$

III. Si $\Delta < 0$ se tiene dos raíces complejas, es decir **dos autovalores complejos conjugados** $\lambda_1 = a + ib$ y $\lambda_2 = a - ib$, ($b > 0$) entonces la solución general del sistema $X' = AX$ es

$$X(t) = P \begin{bmatrix} e^{at} \cos bt & e^{at} \sin bt \\ -e^{at} \sin bt & e^{at} \cos bt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$X(t) = e^{at} \left\{ c_1 \left(\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \cos bt - \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \sin bt \right) + c_2 \left(\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \cos bt + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \sin bt \right) \right\}$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes.

La matriz $P = \begin{bmatrix} v_1 & u_1 \\ v_2 & u_2 \end{bmatrix}$ se construye a partir de un autovector complejo asociado a $a + ib$, es decir una solución del sistema

$$\begin{cases} [a_{11} - (a + ib)]w_1 + a_{12}w_2 = 0 \\ a_{21}w_1 + [a_{22} - (a + ib)]w_2 = 0 \end{cases}$$

elegiremos una solución entre las infinitas que hay con componentes simples y se escribe de la forma

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 + iu_1 \\ v_2 + iu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

las partes real e imaginaria del vector w son las columnas de P .

- En los dos primeros casos si los autovalores son negativos entonces

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x_i(t) = 0 \quad , \quad i = 1; 2$$

- En el tercer caso si la parte real de sus autovalores es negativo entonces

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x_i(t) = 0 \quad , \quad i = 1; 2$$

Trayectorias. Diagrama de fases

Ya sabemos determinar explícitamente las soluciones de cualquier sistema lineal homogéneo de dimensión dos, pero además nos interesa tener también una representación gráfica en la que se pueda reflejar las propiedades cualitativas de las soluciones.

Dado el sistema homogéneo

$$\begin{aligned} x_1' &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ x_2' &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \end{aligned}$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$X' = AX$$

Una solución $X(t) = \varphi(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{bmatrix}$ del sistema anterior es de la forma

$$\begin{aligned} \varphi: R &\rightarrow R^2 \\ t &\mapsto (x_1(t); x_2(t)) \end{aligned}$$

su gráfica es el conjunto $\{(t; x_1(t); x_2(t)) / t \in I \subset R\}$ subconjunto de R^3 , la representación geométrica de este conjunto será curvas en el espacio tridimensional, sin embargo, queremos otro tipo de representación geométrica de una solución de $X' = AX$.

Pero hay otro modo de obtener una representación geométrica de una solución de $X' = AX$ que consiste en considerar la imagen de la aplicación $\varphi: R \rightarrow R^2$, es decir el subconjunto de R^2 dado por los puntos $(x_1(t); x_2(t))$. Este subconjunto es una curva γ en el plano R^2 que se denomina **trayectoria u órbita** de dicha solución y no es otra cosa que la proyección sobre el plano X_1X_2 de la gráfica de la solución.

La **semitrayectoria positiva** es el conjunto

$$\gamma^+ = \{(x_1(t); x_2(t)), t \in [0; +\infty[\}$$

La **semitrayectoria negativa** es el conjunto

$$\gamma^- = \{(x_1(t); x_2(t)), t \in]-\infty; 0] \}$$

Tenemos así una imagen bidimensional de las soluciones del sistema.

Considere el siguiente sistema:

$$X' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} X$$

Cualquier función constante $\varphi(t) = (x_1(t); x_2(t)) = (d_1; d_2)$ que sea solución del sistema $X' = AX$ recibe el nombre de **solución estacionaria** del sistema. La trayectoria de una solución estacionaria será un punto del plano X_1X_2 que se denomina punto de equilibrio, punto singular o punto fijo del sistema.

Los puntos de equilibrio $(d_1; d_2)$ del sistema $X' = AX$ son los puntos del plano tales que $AX = 0$, es decir, cuyas coordenadas satisfacen

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$$

pues eso es equivalente a que las funciones constantes $\varphi(t) = (x_1(t); x_2(t)) = (d_1; d_2)$ sean soluciones del sistema $X' = AX$.

Si $\det(A) \neq 0$, el único punto de equilibrio es el origen de coordenadas y se dice que el sistema de ecuaciones diferenciales es simple o elemental.

Si $\det(A) = 0$, lo que es equivalente a que 0 sea autovalor de A , el conjunto de puntos de equilibrio del sistema coincide con el espacio propio del autovalor 0.

Diagramas de fases de los sistemas planos

Se denomina **diagrama de fases** a la familia de todas las trayectorias de un sistema de ecuaciones diferenciales. Uno de los objetivos principales de la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales consiste en analizar con el mayor detalle posible las características del diagrama de fases.

Veremos ahora los diagramas de fases de los sistemas planos elementales, o sea, aquéllos para los que $\det(A) \neq 0$ (es decir $\lambda = 0$ no es autovalor de A) y por lo tanto el origen $(0; 0)$ es el único punto de equilibrio.

Sabemos que un cambio de variable lineal $X = PY$ con P no singular transforma el sistema $X' = AX$ en un sistema canónico equivalente

$$Y' = BY$$

donde $B = P^{-1}AP$, forma canónica de A tiene una de las cuatro formas siguientes:

$$B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad \lambda_1 > \lambda_2 \quad B = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}, b > 0$$

Encuentre la solución general del sistema $X' = AX$ y dibujar su diagrama de fases de la solución:

1. $A = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 16 & -8 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 12 & -15 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

6. Resolver: $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1/4 \\ 25 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 10 \end{bmatrix}$, encontrar $\lim_{t \rightarrow +\infty} (x(t); y(t))$



TIPOS DE EQUILIBRIO

Veremos ahora los diagramas de fases de los sistemas planos elementales, o sea, aquellos para los que $\det(A) \neq 0$ (es decir $\lambda = 0$ no es valor propio o autovalor de A) y por lo tanto el origen $(0; 0)$ es el único punto de equilibrio.

Sabemos que un cambio de variable lineal $X = PY$ con P no singular transforma el sistema $X' = AX$ es un sistema canónico equivalente

$$Y' = BY$$

donde $B = P^{-1}AP$, forma canónica de A tiene una de las cuatro formas siguientes:

$$B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}, b > 0$$

El diagrama de fases de un sistema plano $X' = AX$ depende de cómo sean los autovalores de A y ello puede deducirse directamente de la matriz A teniendo en cuenta:

- Su polinomio característico $p(\lambda) = \lambda^2 - (\text{Traza}A)\lambda + \det(A)$
- Ecuación característico: $\lambda^2 - (\text{Traza}A)\lambda + \det(A) = 0$
- Los valores propios o autovalores: $\lambda = \frac{1}{2}[\text{Traza}A \pm \sqrt{\Delta}]$ donde $\Delta = (\text{Traza}A)^2 - 4\det A$

LOS EQUILIBRIOS

Caso	$\det(A)$	$\text{Traza}A$	Δ	Tipo de Equilibrio	Valores propios de A
1	< 0		> 0	Punto de silla	$\lambda_1 > 0 > \lambda_2$
2	> 0	< 0	> 0	Nodo estable	$\lambda_2 < \lambda_1 < 0$
3	> 0	> 0	> 0	Nodo inestable	$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$
4	> 0	< 0	$= 0$	Nodo punto estrella estable	$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$
5	> 0	> 0	$= 0$	Nodo punto estrella inestable	$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$
6	> 0	< 0	$= 0$	Nodo impropio estable	$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$
7	> 0	> 0	$= 0$	Nodo impropio inestable	$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$
8	> 0	< 0	< 0	Foco espiral estable	$a < 0$
9	> 0	> 0	< 0	Foco espiral inestable	$a > 0$
10	> 0	$= 0$	< 0	Centro	$a = 0$

Análisis:

CASO 1:

$$\lambda_1 > 0 > \lambda_2$$

La solución converge al punto de equilibrio solamente cuando $c_1 = 0$; esto implica que para el sistema converja, los valores iniciales deben estar sobre la recta generada por el vector propio correspondiente a λ_2 . A la recta generada por este vector se conoce como la **senda de convergencia** por esta ruta existe la única posibilidad de convergencia del sistema.

Si el valor inicial del problema hace $c_1 \neq 0$, es decir, se encuentra fuera de la senda de convergencia, la solución inicialmente puede acercarse al punto de equilibrio pero luego de un tiempo divergirá.

El punto de equilibrio se dice que es un **punto de silla**.

CASO 2:

$$\lambda_2 < \lambda_1 < 0$$

Para cualquier valor del punto inicial el sistema converge al equilibrio puesto que las exponenciales en cuestión convergen a cero.

El punto de equilibrio se conoce como un **nodo estable**.

CASO 3:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$$

Si los valores iniciales del problema son distintos del punto de equilibrio, $c_1 \vee c_2$ diferentes de cero, las funciones exponenciales en cuestión crecen y las trayectorias se alejan del punto de equilibrio.

Dado este comportamiento el punto de equilibrio se conoce como un **nodo inestable**.

CASO 4:

$$\lambda_1 = \lambda_2 < 0 , B = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

El sistema converge para cualquier valor de las condiciones iniciales el punto de equilibrio se denomina **Nodo punto estrella estable**

CASO 5:

$$\lambda_1 = \lambda_2 > 0 , B = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

El sistema diverge el punto de equilibrio se denomina **nodo punto estrella inestable**

CASO 6:

$$\lambda_1 = \lambda_2 < 0 , B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

El punto de equilibrio se denomina **nodo impropio estable**.

CASO 7:

$$\lambda_1 = \lambda_2 > 0, B = \begin{bmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

El punto de equilibrio se denomina **nodo impropio inestable**.

CASO 8:

$$a < 0$$

El punto de equilibrio se denomina **foco espiral estable** o punto espiral atractivo o convergente.

CASO 9:

$$a > 0$$

El punto de equilibrio se denomina foco **espiral inestable** o punto espiral repulsivo o divergente.

CASO 10:

$$a = 0$$

El punto de equilibrio se denomina **centro**.

DIAGRAMAS DE FASE

Las soluciones a un sistema de ecuaciones del tipo

$$\dot{X} = F(X)$$

son de la forma $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$, puede representarse de manera gráfica de distintas formas.

Una posibilidad es graficar las soluciones $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ pero para esto hay que conocer la solución explícita (y aun así) o al menos su comportamiento cualitativo. Otra posibilidad es que, dada

una solución $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ esta puede interpretarse como un conjunto de ecuaciones paramétricas

de manera que para cada valor de t se tiene un punto $X(t)$ de \mathbb{R}^n . Dados un punto inicial $(x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0))$ y un intervalo de valores para t , los puntos $X(t)$ de \mathbb{R}^n corresponden a una trayectoria solución.

Nuevamente:

Muchos problemas de la dinámica económica se pueden modelar por medio de un sistema simultáneo de ecuaciones diferenciales autónomas de la forma:

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt} = F(X)$$

El punto de equilibrio de un sistema es aquel donde las funciones involucradas no tienen cambios respecto al tiempo, es decir, donde sus derivadas son nulas

$$\dot{X} = F(X) = 0$$

Algunas veces en casos económicamente interesa más el comportamiento de la solución con respecto a los puntos de equilibrio del sistema, que su solución.

Diagramas de fase

El análisis gráfico de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y) \\ \dot{y} = g(x, y) \end{cases}$$

nos permite determinar el comportamiento de los puntos de equilibrio.

Esta representación puede hacerse en el plano y los diagramas correspondientes son conocidos como **diagramas de fase**. Debemos hacer notar que, dado que se trata de un sistema autónomo, dos trayectorias solución distintas nunca se intersecan.

En un diagrama de fase se trazan las curvas que son soluciones del sistema, esto es, se grafican las curvas formadas por los puntos $(x(t), y(t))$ de tal forma que los valores de $x(t)$ y $y(t)$ satisfagan el sistema para t en algún intervalo. El sistema geoméricamente describe el movimiento de una partícula en el plano.

Para hacer el diagrama de fase en un sistema coordenado usual se traza las curvas $f(x, y) = 0$ y $g(x, y) = 0$, llamadas curvas de fase.

1. $\dot{x} = f(x, y)$ determina el movimiento de la partícula con respecto al eje x , ya que x representa el crecimiento de la variable x a medida que el tiempo crece.
 - 1.1. $\dot{x} = f(x, y) > 0$ es la región donde la partícula se mueve en la dirección de crecimiento del eje x (\rightarrow)
 - 1.2. $\dot{x} = f(x, y) < 0$ es la región donde la partícula se mueve en la dirección hacia donde el eje x decrece (\leftarrow)

2. $\dot{y} = g(x, y)$ determina el movimiento de la partícula con respecto al eje y , ya que y representa el crecimiento de la variable y a medida que el tiempo crece.
 - 2.1. $\dot{y} = g(x, y) > 0$ es la región donde la partícula se mueve en la dirección de crecimiento del eje y (\uparrow)
 - 2.2. $\dot{y} = g(x, y) < 0$ es la región donde la partícula se mueve en la dirección hacia donde el eje y decrece (\downarrow)



Sistema lineales planos de ecuaciones en Diferencia

El sistema dinámico lineal en tiempo discreto, tiene la forma

$$\begin{cases} x_{t+1} = ax_t + by_t \\ y_{t+1} = cx_t + dy_t \end{cases} \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

donde x_{t+1} expresa que la función x en el período $t + 1$ depende del comportamiento de las funciones x e y en el periodo t .

Esto es: “lo que ocurrirá mañana depende de lo que ocurrió hoy”

Para resolver un sistema homogéneo

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= a_{11}x_t + a_{12}y_t \\ y_{t+1} &= a_{21}x_t + a_{22}y_t \end{aligned}$$

o matricialmente

$$\begin{bmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}$$

$$X_{t+1} = AX_t$$

lo primero que debemos hacer es calcular los autovalores de la matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ de coeficientes, es decir las raíces de la ecuación característica:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$\lambda^2 - (\text{Traza}A)\lambda + \det(A) = 0$$

$$\lambda = \frac{\text{Traza}A \pm \sqrt{(\text{Traza}A)^2 - 4\det(A)}}{2}$$

Sea $\Delta = (\text{Traza}A)^2 - 4\det(A)$

- I. Si $\Delta > 0$ se tiene dos raíces reales y diferentes, es decir **dos autovalores reales y distintos** λ_1 y λ_2 entonces la solución general del sistema $X_{t+1} = AX_t$

$$X_t = P \begin{bmatrix} \lambda_1^t & 0 \\ 0 & \lambda_2^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$X_t = c_1 \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} \lambda_1^t + c_2 \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} \lambda_2^t$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes reales arbitrarias.

$$P = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

siendo

- $(A - \lambda_1 I) \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $(A - \lambda_2 I) \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

II. Si $\Delta = 0$ se tiene una sola raíz real, (doble raíz) es decir **un solo autovalor** λ entonces la solución general del sistema $X_{t+1} = AX_t$

$$X_t = P \begin{bmatrix} \lambda^t & t\lambda^{t-1} \\ 0 & \lambda^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

$$X_t = c_1 \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} \lambda^t + c_2 \left(t \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} \lambda^{t-1} + \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} \right) \lambda^t$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes.

$$P = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$$

siendo

- $(A - \lambda I) \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- $(A - \lambda I) \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{21} \end{bmatrix}$

III. Si $\Delta < 0$ se tiene dos raíces complejas, es decir **dos autovalores complejos conjugados** $\lambda_1 = a + ib$ y $\lambda_2 = a - ib$, ($b > 0$) entonces la solución general del sistema $X_{t+1} = AX_t$

$$X_t = P \begin{bmatrix} r^t \cos \theta t & r^t \sen \theta t \\ -r^t \sen \theta t & r^t \cos \theta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

donde r y θ denotan, respectivamente, el módulo y el argumento del número complejo $\lambda_1 = a + bi$

$$X_t = r^t \left\{ c_1 \left(\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \cos \theta t - \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \sen \theta t \right) + c_2 \left(\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \cos \theta t + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \sen \theta t \right) \right\}$$

donde P es una matriz invertible; c_1 y c_2 son constantes.

La matriz $P = \begin{bmatrix} v_1 & u_1 \\ v_2 & u_2 \end{bmatrix}$ se construye a partir de un autovector complejo asociado a $a + ib$, es decir una solución del sistema

$$\begin{cases} [a_{11} - (a + ib)]w_1 + a_{12}w_2 = 0 \\ a_{21}w_1 + [a_{22} - (a + ib)]w_2 = 0 \end{cases}$$

elegiremos una solución entre las infinitas que hay con componentes simples y se escribe de la forma

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 + iu_1 \\ v_2 + iu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

las partes real e imaginaria del vector w son las columnas de P .

Ejemplo:

Resolver:

$$X_{t+1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} X_t + \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad X_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO DE VARIACIONES.

Un ejemplo sencillo es aquel en el cual hay un bien en la economía, el cual puede tomar la forma de capital para la producción o de consumible y una sola familia, que lleva a cabo la producción, la inversión y el consumo.

Sean:

$c(t)$ el consumo de la familia en el tiempo t

$u(c(t))$ función de utilidad doblemente diferenciable con $u' > 0$ y $u'' < 0$

La producción se lleva a cabo por medio de una función f cuyo único es el capital $k(t)$, esta función es doblemente diferenciable, estrictamente cóncava y además $f(0) = 0$

La familia cuenta con una cantidad inicial k_0 que se deprecia a una tasa constante δ .

- Si la familia vive durante un intervalo de tiempo $[0 ; T]$ y no descuenta el futuro, su problema de optimización puede plantearse como sigue

$$\text{máx} \int_0^T u(c(t)) dt$$

sujeito a

$$f(k(t)) = c(t) + \dot{k}(t) + \delta k(t)$$

$$k(0) = k_0$$

La integral representa la utilidad acumulada a lo largo del período dado.

- Si la familia descuenta el futuro a una tasa ρ (tasa subjetiva de descuento), entonces el problema cambia ligeramente.

Si expresamos la utilidad de cada periodo en unidades del precio inicial, $t = 0$, entonces la integral representa el valor presente de la utilidad acumulada a lo largo del periodo y el problema se reescribe como

$$\text{máx} \int_0^T u(c(t)) e^{-\rho t} dt$$

sujeito a

$$f(k(t)) = c(t) + \dot{k}(t) + \delta k(t)$$

$$k(0) = k_0$$

El término $u(c(t))e^{-\rho t}$ representa la utilidad que proporciona el consumo en el tiempo t , descontada a $t = 0$, o sea el valor presente de dicha utilidad.

La solución al problema, en ambos casos, es un par de trayectorias óptimas para el consumo y el capital, $c^*(t)$ y $k^*(t)$, es decir se encuentran funciones tales que la integral dada tome su valor máximo.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE CÁLCULO DE VARIACIONES

Conceptos previos

Sean t_0, t_1 números reales, verificando que $t_0 < t_1$. Se define el siguiente conjunto de funciones:

$$\Omega = \{x : [t_0; t_1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } x \text{ posee primera y segunda, continuas en } [t_0; t_1]\}$$

En este conjunto de funciones, se consideran las operaciones usuales de suma y producto por un número real.

El conjunto Ω , sobre el cuerpo \mathbb{R} , con las dos operaciones definidas, tiene una estructura de espacio vectorial.

En Ω , se define la siguiente norma:

$$\begin{aligned} \|\cdot\|: \Omega &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \|x\| = \max_{t \in [t_0; t_1]} |x(t)| \end{aligned}$$

El espacio vectorial Ω , con la norma definida, es un espacio normado.

La norma considerada induce una distancia.

$$d(x_1; x_2) = \|x_1 - x_2\| = \max_{t \in [t_0; t_1]} |x_1(t) - x_2(t)|$$

con $x_1, x_2 \in \Omega$

El conjunto Ω , con la distancia d es un espacio métrico.

Sean $x_0 \in \Omega, \delta \in \mathbb{R} (\delta > 0)$. Se define la bola abierta de centro x_0 y radio δ , el siguiente conjunto:

$$B(x_0; \delta) = \{x \in \Omega: d(x; x_0) < \delta\}$$

Definición de funcional:

Definición: Un funcional es una aplicación, cuyo dominio es un conjunto de funciones, y cuyo rango es un subconjunto de \mathbb{R} .

En el caso que nos ocupa, consideraremos funcionales J cuyo dominio es el conjunto Ω , es decir:

$$\begin{aligned} J: \Omega &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto J(x) \end{aligned}$$

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE CÁLCULO DE VARIACIONES

A continuación, se define el problema de cálculo de variaciones para el caso escalar, con extremos fijos.

Sea F una función de tres variables, de clases $C^{(2)}$ (es decir que posee todas las derivadas parciales primeras y segundas, y son continuas). Se considera el siguiente funcional:

$$J[x] = \int_a^T F(x(t); \dot{x}(t); t) dt$$

en donde $\dot{x}(t)$ es la función derivada de $x(t)$ con respecto a t .

Se trata de encontrar una función $x^*(t)$, con derivadas y segunda continuas en $[a; T]$, verificando que $x^*(a) = x_a, x^*(T) = x_T$, siendo x_a y x_T dados, para la que el funcional J alcance el valor máximo (o el valor mínimo)

El problema, por tanto, en el caso de maximización es

$$\max J[x] = \int_a^T F(x(t); \dot{x}(t); t) dt$$

con

$$x(a) = x_a, \quad x(T) = x_T$$

donde $x \in \Omega$

Por tanto, para este problema, el conjunto factible (llamado conjunto de funciones admisibles) es

$$\Psi = \{x \in \Omega \text{ tal que } x(a) = x_a, x(T) = x_T\}$$

Como es habitual en optimización, el considerar sólo el máximo (o el mínimo) de la función objetivo, no supone ninguna pérdida de generalidad, ya que

$$\min J[x], \text{ es equivalente a } -\max[-J[x]]$$

y además, el elemento x que minimiza $J[x]$ es el mismo x que maximiza $[-J[x]]$

Definición: Se dice que x es una función admisible para el problema de maximización, si se verifica que

$$x \in \Omega, x(a) = x_a, x(T) = x_T$$

Definición: Sea x^* una función admisible para el problema de maximización. Se dice que x^* es máximo global si para cualquier función admisible x , se verifica que

$$J[x] \leq J[x^*]$$

Definición: Sea x^* una función admisible para el problema de maximización. Se dice que x^* es máximo local, si existe un $\delta > 0$ tal que para toda función admisible x , perteneciente a $B(x^*; \delta)$ se verifica que

$$J[x] \leq J[x^*]$$



Formulación del problema de cálculo de variaciones

Sea F una función de tres variables, de clase C^2 , consideremos el siguiente funcional

$$J[x] = \int_a^T F(x(t); \dot{x}(t); t) dt$$

plantearemos el siguiente problema:

$$\text{maximizar } J[x] = \int_a^T F(x(t); \dot{x}(t); t) dt \quad (\text{P1})$$

$$\text{s. a. } \begin{aligned} x(a) &= x_a \\ x(T) &= x_T \end{aligned}$$

x_a y x_T dados.

Supongamos que es $x^*(t)$ solución del problema anterior es decir un máximo local. Ahora se trata de encontrar las condiciones que esta función debe satisfacer.

Consideremos $h(t)$ una función no nula de clase C^2 definida en $[a; T]$ verificando que $h(a) = h(T) = 0$. Para cada número real α , definimos la siguiente función:

$$x(t) = x^*(t) + \alpha h(t) \text{ para } t \in [a; T]$$

Si $\alpha = 0$, $x(t) = x^*(t)$ para $t \in [a; T]$

Para α pequeño $x(t)$ esta cerca de $x^*(t)$

Observe que $x(a) = x^*(a) + \alpha h(a) = x_a$ y $x(T) = x^*(T) + \alpha h(T) = x_T$ y x es una función de clase C^2 ; además por ser $x^*(t)$ un máximo local entonces existe $\delta > 0$ tal que para $x \in B(x^*; \delta)$ por lo

$$\text{que } J[x^*] \geq J[x] = \int_a^T F(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t) dt$$

Definamos

$$g(\alpha) = J[x] - J[x^*] = \int_a^T F(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t) dt - \int_a^T F(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) dt, \text{ función real de variable real.}$$

Dado que $J[x] \leq J[x^*]$ entonces $g(\alpha) = J[x] - J[x^*] \leq 0 = g(0)$ para todo $\alpha \in \mathbb{R}$ entonces la función g tiene un valor máximo en $\alpha = 0$ por lo que $g'(0) = 0$.

Hallemos

$$g'(\alpha) = \int_a^T [F_x(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h(t) + F_{\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)\dot{h}(t)] dt \text{ ahora}$$

$$g'(0) = \int_a^T [F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t) + F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}(t)] dt = 0 \text{ de donde}$$

$$\int_a^T F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t) dt + \int_a^T F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}(t) dt = 0 \quad (E1)$$

Analicemos $\int_a^T F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}(t) dt$, sea $u = F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)$ y $dv = \dot{h}(t) dt$ luego

$$du = \frac{d}{dt}(F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)) \text{ y } v = h(t) \text{ así entonces}$$

$$\int_a^T F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}(t) dt = F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t) \Big|_a^T - \int_a^T \frac{d}{dt}(F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t))h(t) dt$$

$$\int_a^T F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}(t) dt = - \int_a^T \frac{d}{dt}(F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t))h(t) dt \text{ , ya que } h(a) = h(T) = 0 \text{ luego en (E1)}$$

tenemos que:

$$\int_a^T F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t) dt - \int_a^T \frac{d}{dt}(F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t))h(t) dt = 0$$

$$\int_a^T \left[F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) - \frac{d}{dt}(F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)) \right] h(t) dt = 0$$

por lo tanto

$$F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) = 0$$

esta última condición es llamada ecuación de Euler. La ecuación de Euler es la más importante del cálculo de variaciones.

La ecuación de Euler (Leonard Euler 1744), para una función admisible $x(t)$ es por tanto

$F_x(x(t); \dot{x}(t); t) - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}}(x(t); \dot{x}(t); t) = 0$, y en una forma más simplificada tenemos

$$F_x - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}} = 0$$

Condición necesaria o condición de primer orden

Teorema: Si $x^*(t)$ es un máximo local del problema (P1), entonces en $x^*(t)$ se verifica la siguiente condición:

$$F_x(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t) = 0$$

Condiciones de segundo Orden

De $g'(\alpha) = \int_a^T [F_x(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h(t) + F_{\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)\dot{h}(t)] dt$ ahora

hallaremos

$$g''(\alpha) = \int_a^T \{ [F_{xx}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h + F_{x\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)\dot{h}]h + [F_{\dot{x}x}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h + F_{\dot{x}\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)\dot{h}] \dot{h} \} dt$$

$$g''(\alpha) = \int_a^T \{ F_{xx}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h^2(t) + F_{x\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h(t)\dot{h}(t) + F_{\dot{x}x}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)h(t)\dot{h}(t) + F_{\dot{x}\dot{x}}(x^*(t) + \alpha h(t); \dot{x}^*(t) + \alpha \dot{h}(t); t)\dot{h}^2(t) \} dt$$

en $\alpha = 0$, tenemos

$$g''(0) = \int_a^T \{ F_{xx}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h^2(t) + F_{x\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t)\dot{h}(t) + F_{\dot{x}x}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)h(t)\dot{h}(t) + F_{\dot{x}\dot{x}}(x^*(t); \dot{x}^*(t); t)\dot{h}^2(t) \} dt$$

$$g''(0) = \int_a^T [h(t) \dot{h}(t)] \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(t) \\ \dot{h}(t) \end{bmatrix} dt$$

La función g tiene un valor máximo en $\alpha = 0 \Leftrightarrow g''(0) < 0$ entonces

$$[h(t) \dot{h}(t)] \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(t) \\ \dot{h}(t) \end{bmatrix} < 0$$

es decir, la forma cuadrática

$q(h; \dot{h}) = F_{xx}^* h^2 + 2F_{xx}^* h\dot{h} + F_{\dot{x}\dot{x}}^* \dot{h}^2 < 0$ es decir, es definida negativa si y sólo si la matriz $\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ es definida negativa.

Notemos que el integrando es simplemente la forma cuadrática con matriz asociada

$$\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$$

Proposición:

Si x^* es tal que $F_x - \frac{d}{dt} [F_{\dot{x}}] = 0$ y entonces una condición suficiente para que x^*

a. Sea un máximo local es que se cumpla

$$\int_a^T (F_{xx} h^2 + 2F_{xx} h\dot{h} + F_{\dot{x}\dot{x}} \dot{h}^2) dt < 0$$

para toda h .

Es decir debe cumplirse que $\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ sea definida negativa.

b. Sea un mínimo local es que se cumpla

$$\int_a^T (F_{xx} h^2 + 2F_{xx} h\dot{h} + F_{\dot{x}\dot{x}} \dot{h}^2) dt > 0$$

para toda h .

Es decir debe cumplirse que $\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ sea definida positiva.

Por lo tanto:

I. Si $\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ es definida negativa entonces $J[x]$ en x^* alcanza un máximo local.

$\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ es definida negativa si $F_{xx} < 0$ y $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 > 0$

II. Si $\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ es definida positiva entonces $J[x]$ en x^* alcanza un mínimo local.

$\begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ es definida positiva si $F_{xx} > 0$ y $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 > 0$

Concavidad y convexidad

Sea la función $F(x; \dot{x})$ considerada en variables x y \dot{x} con matriz hessiana $H = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$

- Si H es definida positiva entonces F es estrictamente convexa.
- Si H es definida negativa entonces F es estrictamente cóncava.
- F es convexa si y sólo si H es semidefinida positiva.
- F es cóncava si y sólo si H es semidefinida negativa.

Si F es estrictamente convexa entonces F es convexa.

Si F es estrictamente cóncava entonces F es cóncava.

Sea la matriz hessiana, $H = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix}$ (simétrica) entonces:

- H es definida positiva si y sólo si $F_{xx} > 0$ y $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 > 0$
- H es definida negativa si y sólo si $F_{xx} < 0$ y $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 > 0$
- H es semidefinida positiva si y sólo (todos sus menores principales son no negativos)
 - $F_{xx} \geq 0$, $F_{\dot{x}\dot{x}} \geq 0$
 - $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 \geq 0$
- H es semidefinida negativa si y sólo (todos sus menores principales de orden impar son no positivos y los de orden par son no negativos)
 - $F_{xx} \leq 0$, $F_{\dot{x}\dot{x}} \leq 0$
 - $\det \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{x\dot{x}} \\ F_{\dot{x}x} & F_{\dot{x}\dot{x}} \end{bmatrix} = F_{xx}F_{\dot{x}\dot{x}} - (F_{x\dot{x}})^2 \geq 0$

Proposición:

Sea $J[x] = \int_a^T F(x; \dot{x}; t)$ una funcional

- Con F cóncava como función de x y \dot{x} entonces x^* es un máximo global si y sólo si $F_x - \frac{d}{dt} [F_{\dot{x}}] = 0$. Además, si F es estrictamente cóncava el extremo es único.
- Con F convexa como función de x y \dot{x} entonces x^* es un mínimo global si y sólo si $F_x - \frac{d}{dt} [F_{\dot{x}}] = 0$. Además, si F es estrictamente convexa el extremo es único.

Definición: (Transversalidad) Las siguientes son conocidas como condiciones de transversalidad:

1. Si T y x_T son fijos, Δx_T y ΔT son ambos cero. La ecuación (S) se satisface, por lo tanto no hay condiciones más allá de las dadas por las restricciones del problema.
2. Si T es fijo y x_T es libre, son fijos, ΔT es cero, $\Delta x_T \neq 0$ y la ecuación (S) equivale a

$$F_x \Big|_{t=T} = 0$$

3. Si T es libre y x_T es fijo, $\Delta x_T = 0$ y $\Delta T \neq 0$ y la ecuación (S) equivale a

$$(F - \dot{x}F_x)_{t=T} = 0$$

4. Si T y x_T son libres entonces $\Delta x_T \neq 0$ y $\Delta T \neq 0$, luego la ecuación (S) equivale a

$$F_x \Big|_{t=T} = 0, (F - \dot{x}F_x)_{t=T} = 0$$

5. Si T y x_T instante final y estado final respectivamente están ligados por una función ϕ de clase C^1 , suponiendo T libre y $x(T) = \phi(T)$. Usando la aproximación diferencial

$$\Delta x_T = \phi(T + \Delta T) - \phi(T) \approx \phi'(T)\Delta T$$

reemplazando en (S)

$$F_x \Big|_{t=T} \phi'(T)\Delta T + (F - \dot{x}F_x)_{t=T} \Delta T = 0$$

y como $\Delta T \neq 0$, entonces

$$((\phi' - \dot{x})F_x + F) \Big|_{t=T} = 0$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

Control óptimo

El cálculo de variaciones es una herramienta muy útil que, pero no es suficiente para resolver muchos de los problemas que se presentan en las aplicaciones.

Tenemos un sistema descrito en el tiempo t por ciertas variables, denominadas de **estado**, dadas por $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, que podrían ser capital, inflación; ahora planteamos el problema de obtener trayectorias óptimas para estas variables para así maximizar o minimizar algún objetivo. Este objetivo puede ser el valor presente del bienestar social, o el valor presente de la deuda pública.

Las variables $x_i(t)$ pueden ser “controladas” por otras variables, denominadas de control, como por ejemplo el consumo, los balances nominales, los impuestos, etc, denotadas por $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$.

Un problema de control óptimo consiste en obtener una trayectoria para las variables de estado $x_i(t)$ escogiendo adecuadamente los controles $u_j(t)$ de manera que se optimice algún objetivo.

Planteamiento del problema

Denotemos a la variable de estado por $x(t)$ y supongamos que es continua y sus derivadas son continuas por pedazos. La variable de control $u(t)$ puede escogerse de un conjunto de funciones U , llamado el conjunto de controles admisibles, que son funciones continuas por pedazos. El conjunto $\tilde{U} = \{u(t)/u \in U\}$ de imágenes de los controles admisibles, se conoce como región de control. Considérense dos funciones $f(x;u;t)$ y $g(x;u;t)$ con derivadas parciales continuas.

Dada la trayectoria $u^* = u(t)$ y la condición inicial $x(t_0) = x_0$ por el teorema de Peano el siguiente problema de valor inicial tiene solución:

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x;u^*;t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Nuestro objetivo será escoger el control u^* de manera que se optimice el valor de la funcional conocida como función objetivo dada por

$$G = \int_{t_0}^T f(x(t); u(t); t) dt$$

es decir, se debe encontrar una trayectoria $u^* \in U$ que resuelva el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{maximizar } G &= \int_{t_0}^T f(x(t); u(t); t) dt \\ \text{s.a. } \dot{x} &= g(x; u; t) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

x_0 y T dados, $x(T) = x_T$ libre.

Si en la restricción es posible despejar u en función de x y su derivada, el problema se puede convertir en uno de cálculo de variaciones.

Condición de primer orden. Principio del máximo

Teorema: Supongamos que u^* y x^* resuelven el problema (2.2) entonces existe $\lambda(t)$ continua, llamada variable de coestado, tal que el hamiltoniano, definido por

$$H(x; u; \lambda; t) = f(x; u; t) + \lambda(t)g(x; u; t) \tag{2.3}$$

posee un máximo (mínimo) en u^* , es decir

$$H(x^*; u^*; \lambda; t) \geq H(x^*; u; \lambda; t) \text{ para todas } u \in U, t \in [t_0; T] \tag{2.4}$$

(o bien $H(x^*; u^*; \lambda; t) \leq H(x^*; u; \lambda; t)$ si se trata de un mínimo). Además, $\lambda(t)$, $u(t)$ y $x^*(t)$ resuelven el sistema dinámico

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = -H_x \\ \dot{x} = H_\lambda \end{cases} \tag{2.5}$$

con la condición inicial $x(t_0) = x_0$ y la condición de transversalidad

$$\lambda(T) = 0 \tag{2.6}$$

El nombre del principio del máximo proviene de que una de las condiciones necesarias para maximizar la función objetivo es la maximización del hamiltoniano.

Condiciones necesarias

La restricción $\dot{x} = g(x; u; t)$ podemos escribirla de la forma

$$g(x; u; t) - \dot{x} = 0$$

Si $\lambda(t)$ es cualquier función, ésta hace el papel del multiplicador de Lagrange en los problemas estáticos y es conocida como función de coestado; al multiplicar la igualdad anterior por $\lambda(t)$ se tiene que la restricción se puede llevar a la forma

$$\lambda(t)(g(x; u; t) - \dot{x}) = 0$$

de esta forma se satisface

$$\int_{t_0}^T \lambda(t)(g(x; u; t) - \dot{x}) dt = 0 \quad (2.7)$$

en vista de que la condición anterior siempre se cumple, es que puede introducirse dicha integral en el funcional objetivo sin alterar el planteamiento inicial del problema. En este sentido, el problema ahora es

$$\text{maximizar } M = \int_{t_0}^T (f(x(t); u(t); t) + \lambda(t)(g(x(t); u(t); t) - \dot{x}(t))) dt$$

o lo que es lo mismo

$$\text{maximizar } M = \int_{t_0}^T (f(x(t); u(t); t) + \lambda(t)g(x(t); u(t); t) - \lambda(t)\dot{x}(t)) dt$$

teniendo en cuenta la función hamiltoniana o hamiltoniano (esta función juega en esta teoría un papel parecido al Lagrangiano en optimización estática restringida). El problema es ahora

$$\text{maximizar } M = \int_{t_0}^T (H(x(t); u(t); \lambda(t); t) - \lambda(t)\dot{x}(t)) dt$$

de

$$M = \int_{t_0}^T H(x(t); u(t); \lambda(t); t) dt - \int_{t_0}^T \lambda(t)\dot{x}(t) dt$$

integrando por partes la segunda integral

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^T \lambda(t) \dot{x}(t) dt &= \lambda(t)x(t) \Big|_{t_0}^T - \int_{t_0}^T x(t) \dot{\lambda}(t) dt = \lambda(T)x(T) - \lambda(t_0)x(t_0) - \int_{t_0}^T x(t) \dot{\lambda}(t) dt \\ &= \lambda(T)x_T - \lambda(t_0)x_0 - \int_{t_0}^T x(t) \dot{\lambda}(t) dt \end{aligned}$$

luego

$$\begin{aligned} M &= \int_{t_0}^T H(x(t); u(t); \lambda(t); t) dt - \lambda(T)x_T + \lambda(t_0)x_0 + \int_{t_0}^T x(t) \dot{\lambda}(t) dt \\ M &= \int_{t_0}^T [H(x(t); u(t); \lambda(t); t) + x(t) \dot{\lambda}(t)] dt - \lambda(T)x_T + \lambda(t_0)x_0 \end{aligned}$$

Sea $u^*(t)$ la trayectoria de control óptimo, se perturba ahora dicha trayectoria con una función $\alpha(t)$ continua a trozos, arbitraria. Sea:

$$u_\varepsilon(t) = u^*(t) + \varepsilon \alpha(t), \text{ para cada } t \in [t_0; T]$$

siendo $\alpha(t)$ fija y ε un parámetro. Es claro que $u_0(t) = u^*(t)$, para cada $t \in [t_0; T]$. Por otra parte, dada una senda factible de la variable de control, mediante la ecuación de movimiento se determina la respectiva trayectoria factible de la variable de estado; así si $x^*(t)$ es la trayectoria de estado óptima asociada al control $u^*(t)$, consideremos

$$x_\varepsilon(t) = x^*(t) + \varepsilon \beta(t), \text{ para cada } t \in [t_0; T]$$

la trayectoria de estado asociada al control $u_\varepsilon(t)$; se supone que $x_\varepsilon(t)$ es una función continua, con derivada parcial continua respecto a ε , es claro que $x_0(t) = x^*(t)$.

Si se toman dados $u^*(t)$, $\alpha(t)$, $x^*(t)$, $\beta(t)$, entonces el valor del funcional objetivo asociado a $u_\varepsilon(t)$ y $x_\varepsilon(t)$ depende sólo de ε y su valor es

$$M(\varepsilon) = \int_{t_0}^T [H(x_\varepsilon(t); u_\varepsilon(t); \lambda(t); t) + x_\varepsilon(t) \dot{\lambda}(t)] dt - \lambda(T)x_T(\varepsilon) + \lambda(t_0)x_0$$

$$M(\varepsilon) = \int_{t_0}^T [H(x^*(t) + \varepsilon \beta(t); u^*(t) + \varepsilon \alpha(t); \lambda(t); t) + (x^*(t) + \varepsilon \beta(t)) \dot{\lambda}(t)] dt - \lambda(T)x_T(\varepsilon) + \lambda(t_0)x_0$$

Como $u^*(t)$ es el control óptimo y $x^*(t)$ es la trayectoria óptima de estado y dado que

$$M(0) = \int_{t_0}^T [H(x^*(t); u^*(t); \lambda(t); t) + (x^*(t))\dot{\lambda}(t)] dt - \lambda(T)x_T + \lambda(t_0)x_0$$

$M(\varepsilon)$ alcanzará el máximo valor para $\varepsilon = 0$, por lo que se cumplirá la condición de optimalidad $M'(0) = 0$.

Derivando $M(\varepsilon)$, con respecto a ε , se obtiene:

$$M'(\varepsilon) = \int_{t_0}^T \left[\frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial H}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial x}{\partial \varepsilon} \dot{\lambda} \right] dt - \lambda(T) \frac{\partial x_T}{\partial \varepsilon}$$

ahora

$$M'(0) = \int_{t_0}^T \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x} + \dot{\lambda} \right) \beta(t) + \frac{\partial H}{\partial u} \alpha(t) \right] dt - \lambda(T) \frac{\partial x_T}{\partial \varepsilon}(T; 0) = 0$$

como el impacto exacto que produce en la variable de estado una modificación de la variable de control, es decir $\beta(t)$, es difícil de determinar, se selecciona $\lambda(t)$ de manera que no haya necesidad de calcularlo, por lo que $\lambda^*(t)$ se toma de manera que verifique:

$$\dot{\lambda}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}, \text{ con } \lambda^*(T) = 0$$

con lo que queda

$$M'(0) = \int_{t_0}^T \frac{\partial H}{\partial u} \alpha(t) dt = 0$$

que tiene que ser cierto para cualquier función $\alpha(t)$ continua por trozos, en particular para $\alpha(t) = \frac{\partial H}{\partial u}$, luego

$$M'(0) = \int_{t_0}^T \left(\frac{\partial H}{\partial u} \right)^2 dt = 0$$

de donde se deduce que

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0, \text{ para todo } t \in [t_0; T]$$

Por tanto: hemos deducido que existe una función $\lambda^*(t)$ continua con derivada continua a trozos, tal que para cada $t \in [t_0; T]$, se verifica que:

- $\lambda^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}$ en todos los puntos de continuidad de $u^*(t)$ con $\lambda^*(T) = 0$.
- $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ que es una condición necesaria para que $H(x^*, u^*, \lambda^*, t) \geq H(x^*, u, \lambda^*, t)$ para toda u
- $\dot{x} = g(x; u; t)$ en todos los puntos de continuidad de $u^*(t)$, con $x^*(t_0) = x_0$.

Así hemos obtenido las condiciones que constituyen el **principio del máximo de Pontryagin**.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \\ \lambda^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} \\ \dot{x} = g(x; u; t) \end{array} \right.$$

Abordemos ahora una situación más general.

$$\text{Maximizar } M = \int_{t_0}^T (H(x(t); u(t); \lambda(t); t) - \lambda(t)x(t)) dt$$

$$\text{s.a. } \begin{aligned} x(t_0) &= x_0 \\ x(T) &= x_T \end{aligned}$$

Las condiciones necesarias se encuentran, como en el caso de cálculo de variaciones, suponiendo que se ha encontrado la solución x^* , u^* y T^* y preguntando qué tipo de condiciones deben satisfacer para esto; sean además, α y β dos funciones no nulas fijas con $\beta(t_0) = 0$, ΔT (fijo) y ε reales no nulos. De esta forma, si $u_\varepsilon(t) = u^*(t) + \varepsilon\alpha(t)$, $x_\varepsilon(t) = x^*(t) + \varepsilon\beta(t)$ y $T = T^* + \varepsilon\Delta T$ son soluciones factibles, por lo que ahora el objetivo del problema solamente depende de ε en la forma

$$R(\varepsilon) = \int_{t_0}^{T^* + \varepsilon\Delta T} (H(x^*(t) + \varepsilon\beta(t); u^*(t) + \varepsilon\alpha(t); \lambda(t); t) - \lambda(t)(x^*(t) + \varepsilon\beta(t))) dt$$

Las condiciones de primer orden para optimizar el valor de R producen las condiciones necesarias para el problema de control; éstas son idénticas al caso de cálculo de variaciones y resultan de la ecuación $\frac{dR}{d\varepsilon}(0) = 0$. Calcularemos inicialmente $\frac{dR}{d\varepsilon}$ usando el teorema fundamental del cálculo y la regla de Leibniz, tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varepsilon} &= \int_{t_0}^{T^* + \varepsilon\Delta T} \frac{d(H(x^* + \varepsilon\beta; u^* + \varepsilon\alpha; \lambda; t) - \lambda(x^* + \varepsilon\beta))}{d\varepsilon} dt + [H(x^* + \varepsilon\beta; u^* + \varepsilon\alpha; \lambda; t) - \lambda(x^* + \varepsilon\beta)] \Big|_{T^* + \varepsilon\Delta T} \Delta T \\ \frac{dR}{d\varepsilon} &= \int_{t_0}^{T^* + \varepsilon\Delta T} [H_x(\dots)\beta + H_u(\dots)\alpha - \lambda\beta] dt + [H - \lambda(x^* + \varepsilon\beta)] \Big|_{T^* + \varepsilon\Delta T} \Delta T \end{aligned}$$

Analicemos la integral $\int_{t_0}^{T^* + \varepsilon\Delta T} \lambda(t)\beta(t) dt$, usando la integración por partes, sea $w = \lambda$, $dv = \beta$

entonces $dw = \lambda dt$ y $v = \beta$, luego

$$\begin{aligned}
\int_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} \lambda(t)\beta(t)dt &= \lambda(t)\beta(t) \Big|_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} - \int_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} \dot{\lambda}(t)\beta(t)dt \\
&= \lambda(T^* + \varepsilon\Delta T)\beta(T^* + \varepsilon\Delta T) - \lambda(t_0)\beta(t_0) - \int_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} \dot{\lambda}(t)\beta(t)dt \\
&= \lambda(T^* + \varepsilon\Delta T)\beta(T^* + \varepsilon\Delta T) - \int_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} \dot{\lambda}(t)\beta(t)dt
\end{aligned}$$

ahora reemplazando esto en la expresión $\frac{dR}{d\varepsilon}$, y teniendo en cuenta que $\beta(t_0) = 0$ tenemos

$$\frac{dR}{d\varepsilon} = \int_{t_0}^{T^*+\varepsilon\Delta T} [H_x(\dots)\beta(t) + H_u(\dots)\alpha(t) + \dot{\lambda}(t)\beta(t)]dt + [(H - \lambda(\dot{x}^* + \varepsilon\dot{\beta}))\Delta T - \lambda\beta] \Big|_{T^*+\varepsilon\Delta T}$$

luego para $\varepsilon = 0$ se tiene

$$\frac{dR}{d\varepsilon}(0) = \int_{t_0}^{T^*} [H_x(\dots)\beta(t) + H_u(\dots)\alpha(t) + \dot{\lambda}(t)\beta(t)]dt + [(H - \lambda\dot{x}^*)\Delta T - \lambda\beta] \Big|_{T^*} = 0$$

para encontrar las condiciones necesarias, bastara con que cada uno de los términos involucrados en la ecuación anterior sea igual a cero:

$$(H_x(x^*; u^*; \lambda; t) + \dot{\lambda})\beta(t) = 0 \quad , \quad H_u(x^*; u^*; \lambda; t)\alpha(t) = 0$$

$\beta(t)$ y $\alpha(t)$ son funciones fijas no nulas, pero arbitrarias. Las condiciones anteriores se convierten en las llamadas **condiciones de Pontryagin**.

$$H_x(x^*; u^*; \lambda; t) = -\dot{\lambda} \quad , \quad H_u(x^*; u^*; \lambda; t) = 0$$

Estas ecuaciones y con la restricción se acostumbra a escribir en el sistema:

$$\begin{cases} H_u = 0 \\ \dot{\lambda} = -H_x \\ \dot{x} = H_\lambda \end{cases}$$

llamadas condiciones del **máximo de Pontryagin**.

Ahora bien de la última parte de la ecuación $\frac{dR}{d\varepsilon}(0) = 0$ y tomando para cualquier T ,

$$[(H - \lambda\dot{x}^*)\Delta T - \lambda\beta] \Big|_T = 0$$

se tiene las condiciones de transversalidad, para esto usaremos la aproximación

$$\beta(T^*) \approx \Delta x_T - \dot{x}^*(T^*)\Delta T$$

y reemplazando en la ecuación anterior tenemos

$$\left[(H - \lambda \dot{x}^*)\Delta T - \lambda(\Delta x_T - \dot{x}^*\Delta T) \right] \Big|_T = H \Big|_T \Delta T - \lambda \Big|_T \Delta x_T = 0$$

así

$$H \Big|_T \Delta T - \lambda \Big|_T \Delta x_T = 0$$

De la última igualdad, se deduce cuatro casos para las condiciones de transversalidad sobre $x(T) = x_T$:

1. Si T y x_T son fijos, Δx_T y ΔT son ambos ceros. La ecuación anterior se satisface.
2. Si T es fijo y x_T es libre, ΔT es cero $\Delta x_T \neq 0$ por lo que la ecuación equivale a

$$\lambda \Big|_T = 0$$

3. Si T es libre y x_T es fijo, $\Delta x_T = 0$ y $\Delta T \neq 0$ en este caso

$$H \Big|_T = 0$$

4. Si T y x_T libres y $x(T)$ toma valores sobre la gráfica de la función $\phi(T)$, esto es, $x(T) = \phi(T)$; usando la diferencial para aproximar el valor del incremento

$$\Delta x_T = \phi(T + \Delta T) - \phi(T) \approx \phi'(T)\Delta T$$

luego reemplazando en la ecuación con $\Delta T \neq 0$ tenemos

$$(H - \lambda \phi') \Big|_T = 0$$

Problemas con más de una variable

Cuando el problema tiene un vector $x = (x_1; x_2; \dots; x_n)$ de variables de estado, diferenciables por tramos, y otro $u = (u_1; u_2; \dots; u_m)$ de variables de control, continuas por tramos, con lo cual el problema es

$$\text{maximizar } \int_{t_0}^T f(x(t); u(t); t) dt$$

sujeto a

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= g_1(x; u; t) \\ \dot{x}_2 &= g_2(x; u; t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= g_n(x; u; t) \end{aligned}$$

$$x(t_0) = x_0, \quad T \text{ dado y } x(T) = x_T$$

El principio del máximo se aplica de manera semejante. Supongamos que u^* y x^* resuelven el problema entonces existe $\lambda(t) = (\lambda_1(t); \lambda_2(t); \dots; \lambda_n(t))$ continua tal que la función hamiltoniana es

$$H(x(t); u(t); \lambda(t); t) = f(x(t); u(t); t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) g_i(x(t); u(t); t)$$

donde $g = (g_1; g_2; \dots; g_n)$ posee un máximo en u^* . Adicionalmente $\lambda(t)$, $u^*(t)$ y $x^*(t)$ resuelven el sistema

$$\begin{aligned} H_{u_j} &= 0 \text{ para } j = 1; 2; \dots; m \\ \dot{\lambda}_i &= -H_{x_i} \text{ para } i = 1; 2; \dots; n \\ \dot{x}_i &= H_{\lambda_i} \text{ para } i = 1; 2; \dots; n \end{aligned}$$

y se cumple la condición de transversalidad $\lambda(T) = 0$.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

HAMILTONIANO EN TIEMPO CORRIENTE

Hemos observado que, en los problemas de economía, con frecuencia el funcional objetivo es del tipo

$$\int_0^T f(x; u) e^{-\rho t} dt$$

en donde $e^{-\rho t}$ representa un factor de descuento y la ecuación de evolución está dada por

$$\dot{x} = g(x; u)$$

En otras palabras, el problema es “casi autónomo” y el tiempo aparece de forma independiente sólo mediante el factor de descuento. En estos casos, es conveniente definir el *Hamiltoniano en tiempo corriente* para resolver el problema como un problema autónomo.

Definición: Supongamos que se tiene el siguiente problema de control

$$\text{Maximizar } \int_0^T f(x; u) e^{-\rho t} dt$$

sujeto a $\dot{x} = g(x; u)$, $x(0) = x_0$, y alguna condición terminal para T o $x(T)$. Si H denota al Hamiltoniano y λ a la variable de coestado asociados, se define el Hamiltoniano en tiempo corriente \bar{H} como

$$\bar{H} = H e^{\rho t}$$

y la variable de coestado en tiempo corriente como

$$q = \lambda e^{\rho t}$$

Las condiciones dadas por el principio del máximo se pueden reexpresar en términos de \bar{H} como sigue

Proposición: Las condiciones del máximo del máximo pueden reescribirse como

$$\dot{q} = -\bar{H}_x + q\rho$$

$$\dot{x} = \bar{H}_q$$

y

$$q(T) = 0$$

Adicionalmente

$$H_u = 0 \Leftrightarrow \bar{H}_u = 0$$

La condición de transversalidad análoga cuando $x(T)$ está dado y T está libre es simplemente

$$\bar{H}(T) = 0$$

Demostración:

i. El hamiltoniano asociado al problema (dado en su forma inicial) está dado por

$$H = f(x; u)e^{-\rho t} + \lambda g(x; u)$$

suponiendo el problema solucionado (solución anterior) entonces

$$H_u = 0$$

$$\dot{\lambda} = -H_x$$

$$\dot{x} = H_\lambda = g$$

ii. Por otro lado de $\bar{H} = He^{\rho t}$ se tiene que $\bar{H}_x = H_x e^{\rho t}$

iii. De $q = \lambda e^{\rho t}$

$$\Rightarrow \dot{q} = \dot{\lambda} e^{\rho t} + \rho \lambda e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow \dot{q} = \dot{\lambda} e^{\rho t} + \rho q$$

$$\Rightarrow \dot{q} = -H_x e^{\rho t} + \rho q$$

$$\Rightarrow \dot{q} = -\bar{H}_x + \rho q$$

iv. Ahora de $\bar{H} = He^{\rho t}$

$$\bar{H} = (f(x; u)e^{-\rho t} + \lambda g(x; u))e^{\rho t}$$

$$\bar{H} = f(x; u) + \lambda g(x; u)e^{\rho t}$$

$$\Rightarrow \bar{H} = f(x; u) + qg(x; u) \Rightarrow \bar{H}_q = g(x; u)$$

y como $\dot{x} = g(x; u)$

$$\Rightarrow \dot{x} = \bar{H}_q$$

v. Ahora

$$q(T) = \lambda(T)e^{\rho T} = 0e^{\rho T} = 0$$

vi. Además

$$H_u = 0 \Leftrightarrow \bar{H}_u e^{-\rho t} = 0$$

$$\Leftrightarrow \bar{H}_u = 0 \text{ pues } e^{-\rho t} \neq 0$$

EJERCICIOS:

1. Resolver el siguiente problema:

$$\text{optimizar } J[x] = \int_0^{+\infty} [\theta_1(mx - n)^2 + \theta_2\dot{x}^2] e^{-\rho t} dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = b$$

donde $\theta_1, \theta_2, m, n, b$ y ρ son constantes positivas.

2. En el siguiente problema:

$$\text{maximizar } \int_0^T (-u^2 - h(j - ku + \alpha x)) e^{\rho t} dt$$

$$\text{s. a. } \dot{x} = \beta(j - ku - (1 - \alpha)x)$$

$$x(0) = x_0$$

$$x(T) \text{ libre}$$

donde $h, j, k, \alpha, \rho, \beta$ son constantes positivas. Encontrar la trayectoria óptima de la variable de control.

3. Dado el siguiente problema

$$\text{Maximizar } \int_0^{+\infty} \left(\frac{1 + \mu}{\alpha} K^\alpha - I^2 \right) e^{-\rho t} dt$$

$$\dot{K} = I - \delta K$$

$$K(0) = K_0$$

donde $\alpha, \mu, \rho, \delta$ son constantes positivas, además $0 < \alpha < 1$.

a. Deducir un sistema de la forma:

$$\begin{cases} \dot{K} = F(K; I) \\ \dot{I} = G(K; I) \end{cases}$$

b. Trazar las isoclinas (curvas de fase) y trazar el diagrama de crecimiento (diagrama de flechas).

c. Hallar el punto de equilibrio.

EJERCICIOS:

1. Dado el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } \int_0^{\pi/2} (-mx^2 + 15x\dot{x} - 16\dot{x}^2)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 20, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 25$$

con $m > 0$

entonces:

- I. $x^*(t) = c_1 e^{\frac{\sqrt{m}}{4}t} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{m}}{4}t}$
- II. $x^*(t) = 20 \cos\left(\frac{\sqrt{m}}{4}t\right) + 25 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{m}}{4}t\right)$
- III. $x^*(t) = c_1 \cos\left(\frac{\sqrt{m}}{4}t\right) + c_2 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{m}}{4}t\right)$
- IV. $x^*(t) = c_1 e^{\frac{\sqrt{m}}{4}t} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{m}}{4}t}$

2. Dado el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } \int_0^{\pi} (-nx^2 + 7x\dot{x} - 4\dot{x}^2)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 6, x(\pi) = 30$$

con $n > 0$

entonces:

- I. $x^*(t) = c_1 e^{\frac{\sqrt{n}}{2}t} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{n}}{2}t}$
- II. $x^*(t) = 6 \cos\left(\frac{\sqrt{n}}{2}t\right) + 30 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{n}}{2}t\right)$
- III. $x^*(t) = c_1 \cos\left(\frac{\sqrt{n}}{2}t\right) + c_2 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{n}}{2}t\right)$
- IV. $x^*(t) = c_1 e^{\frac{\sqrt{n}}{2}t} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{n}}{2}t}$

3. Dado el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } \int_0^{\pi/2} (-nx^2 + 8x\dot{x} - 5\dot{x}^2)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 5, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10$$

con $n > 0$

entonces:

- I. $x^*(t) = c_1 e^{\sqrt{\frac{n}{5}}t} + c_2 e^{-\sqrt{\frac{n}{5}}t}$

$$\text{II. } x^*(t) = 5\cos\left(\sqrt{\frac{n}{5}}t\right) + 10\text{sen}\left(\sqrt{\frac{n}{5}}t\right)$$

$$\text{III. } x^*(t) = c_1\cos\left(\sqrt{\frac{n}{5}}t\right) + c_2\text{sen}\left(\sqrt{\frac{n}{5}}t\right)$$

$$\text{IV. } x^*(t) = c_1e^{\sqrt{\frac{n}{5}}t} + c_2e^{-\sqrt{\frac{n}{5}}t}$$

4. Resolver el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } J[x] = \int_0^4 (-16x^2 + 7x\dot{x} - 4\dot{x}^2)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 3, x(4) = 5$$

5. Resolver el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } J[x] = \int_0^4 (-36x^2 + 9x\dot{x} - 4\dot{x}^2)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 3, x(4) = 5$$

6. Resolver el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } J[x] = \int_0^T \left(t^3\dot{x} + \frac{1}{2}\dot{x}^2\right)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 4, x(T) = 196, T \text{ libre}$$

7. Resolver el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } J[x] = \int_0^T \left(t^3\dot{x} + \frac{1}{4}\dot{x}^2\right)dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = 3, x(T) = 27, T \text{ libre}$$

8. Resolver el siguiente problema:

$$\text{Optimizar : } J[x] = \int_0^{+\infty} [(\dot{x} - n)^2 + \beta x^2] e^{-\rho t} dt$$

$$\text{s. a. } x(0) = \alpha$$

con $n, \beta, \rho, \alpha > 0$



SUCESIONES

Sucesiones de números reales

Estamos interesados en el análisis de la convergencia de sucesiones de números reales, por lo que daremos la definición y luego resultados.

Definición: Una sucesión de números reales es una función de la forma

$$a : N \rightarrow R \\ n \mapsto a(n)$$

donde $N = \{1; 2; 3; \dots\}$ es el conjunto de los números naturales.

- El valor $a(n)$ para $n \in N$ se denotará por a_n , es decir $a(n) = a_n$
- Notación $a : N \rightarrow R$
 $n \mapsto a(n)$; $a \equiv (a_n)_{n \in N} \equiv (a_n)$

Ejemplo: Sea la sucesión $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$, escriba los cinco primeros términos de la sucesión

Definición: Sea la sucesión (a_n) :

- (a_n) es acotada $\Leftrightarrow \exists k \in R / |a_n| \leq k, \forall n \in N$

Definición: Sea la sucesión (a_n) , decimos que $a \in R$ es el límite de (a_n) si y sólo si

$$\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in N / n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon$$

En tal caso escribiremos

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a \text{ o simplemente } \lim a_n = a$$

Cuando ocurra que $\lim a_n = a$ entonces decimos que (a_n) es convergente, caso contrario, es decir si tal límite no existe diremos que es divergente.

Ejemplo: Sea la sucesión $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$, señale si la sucesión es convergente, en caso afirmativo, determine $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n}$.

Teorema: Toda sucesión convergente es acotada.

Teorema: El límite de una sucesión es único, es decir, si $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a$ y $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = b$ entonces $a = b$.

Teorema: Si (a_n) es una sucesión tal que $\lim |a_n| = 0$, entonces $\lim a_n = 0$.

Ejemplo: Determine el límite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ en caso exista.

Límites infinitos

Definición:

- Dada una sucesión (a_n) , se dice que el “límite de a_n es más infinito” y se escribe $\lim a_n = +\infty$ si para cualquier $M > 0$, existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $n \geq n_0$ implica que $a_n > M$

Así tenemos:

$$\lim a_n = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0; \exists n_0 \in \mathbb{N} / n \geq n_0 \Rightarrow a_n > M$$

- Dada una sucesión (a_n) , se dice que el “límite de a_n es menos infinito” y se escribe $\lim a_n = -\infty$ si para cualquier $M > 0$, existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $n \geq n_0$ implica que $a_n < -M$

Así tenemos:

$$\lim a_n = -\infty \Leftrightarrow \forall M > 0; \exists n_0 \in \mathbb{N} / n \geq n_0 \Rightarrow a_n < -M$$

Observación: Tenga presente que los símbolos $+\infty$ y $-\infty$ no son números, luego si se cumple cualquiera de los siguientes casos:

$$\lim a_n = +\infty \text{ o } \lim b_n = -\infty$$

diremos que las sucesiones (a_n) y (b_n) son divergentes, sin embargo estos símbolos dan información sobre el comportamiento de la sucesión.

El siguiente resultado facilita el análisis de la convergencia de una sucesión y el cálculo de su límite a partir de cálculo de los límites de funciones reales de variable real.

Teorema: Sea D un conjunto de modo que $R^+ \cup \{0\} \subset D$ y $f: D \rightarrow R$ una función tal que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \in R$ entonces la sucesión (a_n) definida por $a_n = f(n)$ cumple que $\lim a_n = L$.

El teorema anterior sigue siendo válido en los siguientes casos:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ó} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Ejemplo: Calcule $\lim \frac{1}{n^2}$

Ejemplo: Calcule $\lim \frac{n^2 + 3n}{e^{2n}}$



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS II

Ejemplo: Determine los siguientes límites:

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 3n}{n^2 + 5}$

b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^3 + 2}{n^2 + 3n}$

c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n}$

Teorema: Sea (b_n) una sucesión de números, entonces

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ y $b_n > 0$ para todo n si y sólo si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{b_n} = +\infty$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ y $b_n < 0$ para todo n si y sólo si $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{b_n} = -\infty$

Ejemplo: Como $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$ entonces $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

Ejemplo: Dada la sucesión (r^n) :

- Cuando $|r| < 1$, se tiene que $\lim_{n \rightarrow +\infty} r^n = 0$
- Cuando $r > 1$, se tiene $\lim_{n \rightarrow +\infty} r^n = +\infty$
- Cuando $r < -1$, se tiene $\lim_{n \rightarrow +\infty} r^n = -\infty$
- Cuando $r = 1$ se tiene que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1^n = 1$
- Cuando $r = -1$ se tiene que $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^n$ no existe.

Teorema: Sea (a_n) una sucesión de números con $a_n > 0$ para todo n y $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = a < 1$ entonces

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$$

Ejemplo: Dada la sucesión $\left(\frac{r^n}{n!}\right)$ con $r > 1$ determine $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^n}{n!}$

SERIES DE NÚMEROS REALES

Sea (a_n) una sucesión de números reales. A partir de ella podemos formar una nueva sucesión (s_n) llamada serie, que no es más que la sucesión de sumas parciales definida de la siguientes manera

$$\left\{ \begin{array}{l} s_1 = a_1 \\ s_2 = s_1 + a_2 = a_1 + a_2 \\ s_3 = s_2 + a_3 = (a_1 + a_2) + a_3 \\ \vdots \\ s_n = s_{n-1} + a_n = (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}) + a_n \\ \vdots \end{array} \right.$$

En adelante, escribiremos $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ para hacer referencia a una serie de números reales. El término a_n es llamado término general de la serie.

Definición: Cuando existe el límite $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n a_k = s$, decimos que la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es convergente y $s = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ se llama suma de la serie. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$ no existe decimos que $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es una serie divergente.

A veces es conveniente considerar series del tipo $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ que empiezan en a_0 en vez de a_1 .

Ejemplo: Dada la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

- a. Escriba los cuatro primeros términos de la serie.
- b. Analice su convergencia o divergencia. En caso de ser convergente, halle la suma de la serie.

Ejemplo: Dada la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ se conoce que la sucesión de sumas parciales (s_n) está definida por

$$s_n = \frac{3n+2}{n+4} \text{ para todo } n \in \mathbb{N}. \text{ Determine:}$$

- a. El término general a_n de la serie.
- b. La convergencia o divergencia de la serie.

Ejemplo: Analice la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} n$.

Serie Telescópica

Se llama **serie telescópica** a una serie de la forma

$$\sum_{n=m}^{+\infty} (c_n - c_{n+1}), \text{ donde } n, m \in \mathbb{N} \text{ y } c_n \in \mathbb{R}$$

Ejemplo: Justifique que la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ es una serie telescópica.

Teorema: Una serie telescópica $\sum_{n=m}^{+\infty} (c_n - c_{n+1})$ converge si y sólo si existe $\lim_{n \rightarrow +\infty} c_n$. En tal caso, su suma es $c_m - \lim_{n \rightarrow +\infty} c_n$.

Serie geométrica

Se llama **serie geométrica** de razón r a una serie de la forma

$$\sum_{n=0}^{+\infty} ar^n, \text{ con } a \neq 0 \text{ y } r \in \mathbb{R}$$

Teorema: Dada la serie geométrica $\sum_{n=0}^{+\infty} ar^n$ de razón r se cumple que:

- Si $|r| < 1$, entonces la serie converge y $\sum_{n=0}^{+\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$
- Si $|r| \geq 1$, entonces la serie diverge.

Teorema: Dada el número real c y las series convergentes $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$, entonces $\sum_{n=1}^{+\infty} ca_n$,

$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \pm b_n)$ son convergentes y se cumple que:

a.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{+\infty} b_n$$

b.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

Condición necesaria para la convergencia de una serie

Teorema: Si la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge, entonces $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

Corolario: Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n \neq 0$ (o no existe) entonces la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge.

Criterios de convergencia para series

Una serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es llamada serie de términos no negativos si cada término a_n es mayor o igual a cero.

En toda serie de términos no negativos, la sucesión de sumas parciales (s_n) es una sucesión monótona creciente, esto es

$$s_n = \sum_{k=1}^n a_k \leq \sum_{k=1}^{n+1} a_k = s_{n+1}$$

Teorema: (criterio de acotación) Una serie de términos no negativos $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ es convergente si y sólo si la sucesión de sumas parciales (s_n) es acotada.

Ejemplo: Analice la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Teorema: (criterio de comparación) Sean $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ y $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ series de términos no negativos. Suponga que existe un entero $m \geq 1$ tal que $a_n \leq b_n$, para todo $n \geq m$, entonces:

a. Si la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge, entonces $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.

b. Si la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge, entonces $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ diverge.

Ejemplo: Analice la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1 + \cos(n^2 + 1)}{n^2 + 3^n}$

Teorema: (criterio de la integral) Sea $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie de términos no negativos con $a_n = f(n)$ donde f es una función integrable en el intervalo $[1; +\infty[$ tal que

- $f(x) \geq 0$ para todo $x \geq 1$.
- f es monótona decreciente para todo $x \geq 1$

entonces $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge (respectivamente diverge) si y sólo si la integral $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ converge (respectivamente diverge).

Teorema: (criterio de comparación por limite) Sean (a_n) y (b_n) sucesiones de términos positivos. Si $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right)$, entonces se cumple que:

- Si $0 < L < +\infty$, entonces la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge si y sólo si $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge. (de forma equivalente $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge si y sólo si $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ diverge)
- Si $L = 0$ y la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ converge, entonces la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge.
- Si $L = +\infty$ y la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$ diverge, entonces la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge.

Ejemplo: Analice la convergencia o divergencia de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3n^2 - 4n + 5}$

EJERCICIOS

1. Dar un ejemplo de dos sucesiones (a_n) y (b_n) de números reales tal que $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ existe y $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$ no existe pero $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n b_n)$ existe.

2. Determine la convergencia o divergencia de la siguiente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n^2+4n+6n^5}{2n^2+4n+8}$

3. Calcular la siguiente suma: $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1+s^n}{4^n}$

4. Muestre que la serie armónica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ es divergente.

5. Halle la suma de la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + n^2 + n}{3^n n(n+1)}$$

6. Analice la convergencia o divergencia de las siguientes series:

a. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n}$ (Utilizar la serie geométrica)

b. $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$ (Utilizar la serie telescópica)

Una serie telescópica $\sum_{n=1}^{+\infty} (c_n - c_{n+1})$ converge si y sólo si existe $\lim_{n \rightarrow +\infty} c_n$. En tal caso, su suma es

$$c_1 - \lim_{n \rightarrow +\infty} c_n.$$

c. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$ (Utilizar la serie telescópica)

d. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n^2 + 6}{7n^2 + 6n + 200}$

e. $\ln 2 + \frac{\ln 2}{\sqrt{3}} + \frac{\ln 2}{\sqrt{3^2}} + \frac{\ln 2}{\sqrt{3^3}} + \dots$

BIBLIOGRAFÍA

1. Héctor E. Lomelí Ortega, Irma Beatriz Rumbos Pellicer, *Métodos dinámicos en economía*, International Thomson Editores. México, 2003
2. Knut Sydsaeter, Peter Hammond, *Matemáticas para el Análisis Económico*, Fareso-España, 1996.
3. José Luis Bonifaz F., Ruy Lama C., *Optimización dinámica y teoría económica*. Universidad del Pacífico, Lima 2004.
4. Carlos Fernández Pérez, Francisco Vásquez Hernández, José Vegas Montaner., *Ecuaciones diferenciales y en diferencias*, International Thomson Editores. España, 2003.
5. Emilio Cerdá Tena, *Optimización Dinámica*, Pearson Educación, Madrid 2001.



ECONOMÍA I:

PRACTICA

RESOLUCIÓN 130 – 2021 CF/FCE

SEPARATAS

ELABORADO:

Dr. Máximo Estanislao, CALERO BRIONES

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

2021 – A

INDICE

LABORATORIO N° 01:.....	4
INTRODUCCIÓN	4
LABORATORIO N° 02:.....	8
OFERTA- DEMANDA - EQUILIBRIO	8
DEMANDA LINEAL.....	9
OFERTA LINEAL.....	10
2.2. EQUILIBRIO $D_d = D_s$	12
2.3. $D_d - D_s$ (EMPLEADO FORMULA: (29, 31-35))	14
2.4. $D_d - D_s$ Cuadráticas	15
LABORATORIO N° 03:.....	16
MEDIDA DE LAS ELASTICIDADES.....	16
LABORATORIO N° 04:.....	19
DEMANDA DEL CONSUMIDOR:	19
TEORIA DE LA UTILIDAD	19
LABORATORIO N° 05:.....	21
DEMANDA DEL CONSUMIDOR:	21
TEORIA DE LAS CURVAS DE INDIFERENCIA.....	21
LABORATORIO N° 06:.....	24
TEORIA DE LA PRODUCCIÓN	24
LABORATORIO N° 07:.....	26
COSTO DE PRODUCCIÓN	26
LABORATORIO N° 08:.....	29
PRECIO Y PRODUCTO BAJO COMPETENCIA PERFECTA.....	29
LABORATORIO N° 09:.....	31
PRECIO Y PRODUCTO BAJO MONOPOLIO PURO	31
BIBLIOGRAFIA	34

LABORATORIO N° 01: INTRODUCCIÓN

1. Una Teoría
 - a. Una hipótesis comprobada
 - b. Una suposición
 - c. Una proposición condicional
 - d. Una hipótesis
2. Una hipótesis se comprueba
 - a. Su capacidad para predecir con exactitud
 - b. Ninguna de las anteriores
 - c. El realismo de sus supuestos
 - d. La falta de realismo de sus supuestos
3. El significado de la palabra “económico” se asocia más íntimamente con las palabras
 - a. Escaso
 - b. Libre
 - c. Ilimitado
 - d. Irrestringido
4. En una economía de libre empresa, el problema de que, como y para quien, se resuelve por
 - a. El mecanismo de los precios
 - b. Un comité de planificación
 - c. Los representantes elegidos por el pueblo
 - d. Ninguna de las anteriores
5. La teoría microeconomía estudia de qué manera la economía de empresa libre determina
 - a. Todo lo anterior
 - b. El precio de los bienes
 - c. El precio de los recursos económicos
 - d. El precio de los servicios
6. Un mercado
 - a. No se refiere necesariamente a un lugar donde se encuentran compradores y vendedores
 - b. Necesariamente se refiere a un lugar en donde se encuentra vendedores y compradores
 - c. Se extiende a toda una ciudad
 - d. Se extiende a toda la nación
7. Una función se refiere
 - a. La relación ente una variable dependiente y una o más variables independientes
 - b. La demanda de un artículo
 - c. La oferta de un artículo
 - d. La demanda de un artículo, servicio o recurso

8. El equilibrio de mercado de un artículo se determina por
- El equilibrio de las fuerzas de oferta y demanda para el artículo
 - La demanda de ese artículo en el mercado
 - La oferta de ese artículo en el mercado
 - Cualquiera de las anteriores
9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?
- La microeconomía se ocupa principalmente de la trayectoria temporal y el proceso mediante el cual una posición de equilibrio pasa a otra
 - La microeconomía se ocupa principalmente del problema de que, como y para quien producir
 - La microeconomía se ocupa principalmente del comportamiento económico de las unidades decisorias individuales cuando están en equilibrio
 - La microeconomía se ocupa principalmente de la estática comparativa, más bien que de la dinámica
10. La microeconomía trata principalmente de
- La estática comparada, el equilibrio parcial y la economía positiva
 - La estática comparada, el equilibrio general y la economía positiva
 - La estática comparada, el equilibrio parcial y la economía normativa
 - La dinámica, el equilibrio parcial y la economía positiva
11. ¿Cuál de estos aspectos de los impuestos tiene que ver con la economía normativa?
- La equidad del impuesto
 - La incidencia del impuesto (es decir, quien lo paga realmente)
 - El efecto del impuesto sobre los incentivos para el trabajo
 - Todo lo anterior
12. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes está más íntimamente asociada con el análisis de equilibrio general?
- Todo depende de todo lo demás
 - Ceteris paribus
 - El precio de equilibrio de un artículo o servicio depende de que se igualen las fuerzas de la demanda y la oferta para ese artículo o servicio
 - El precio de equilibrio de un factor depende de que se igualen las fuerzas de demanda y oferta para ese factor
13. Supongamos que (manteniendo todo lo demás constante) la función de demanda de un artículo le da $Q_D = 6000 - 1000P$ es que Q_D representa la cantidad que se demanda en el mercado por unidad de tiempo y P representa el precio

Precio (\$)	1	2	3	4	5	6
Q (unidad de tiempo)						

- Derivar la proyección de demanda en el mercado para este artículo
- Dibujar la curva de demanda en el mercado para este artículo

14. Supongamos que (manteniendo todo lo demás constante) La función de oferta para el artículo del problema le da $Q_s = 1000P$, en que Q_s representa la cantidad de este artículo ofrecida en el mercado por periodo de tiempo, y P representa su precio

Precio (\$)	0	1	2	3	4	5	6
Q (unidad de tiempo)							

- Derivar la proyección de oferta en el mercado de este artículo
- Trazar la curva de oferta del artículo

15. Con los siguientes datos:

$$Q_D = 6000 - 1000 P$$

$$Q_S = 1000 P$$

Precio (\$)							
Q_D (unidad de tiempo)							
Q_S (unidad de tiempo)							

- Sobre un sistema de ejes, trazar la curva de demanda y la curva de oferta
- ¿En qué punto están en equilibrio la demanda y la oferta? ¿Por qué?
 Las fuerzas de la demanda y la oferta están en equilibrio cuando la curva de la demanda corta la curva de la oferta para el artículo. De este modo, al precio de \$ 3 la cantidad demandada en el mercado es 3000 unidades por periodo de tiempo. Esto es igual a la cantad ofrecida al precio de \$ 3. Como consecuencia, no hay tendencia a que cambien el precio ni la cantidad comprada y vendida de este artículo. El precio de \$ 3 y la cantidad de 3000 unidades representan, respectivamente, precio de equilibrio y cantidad de equilibrio
- Comenzando con una posición en que este mercado no está en equilibrio, indicar como se logra el equilibrio

$Q_D =$					
$Q_S =$					
P	Q_D	Q_S	Diferencia	PRESION SOBRE P_y	
1				↑	
2				↑	
3					
4				↓	
5				↓	
6				↓	

Cuando $P > \$ 3$, $Q_S > Q_D$, y se presenta un excedente del artículo. Esto hace que P caiga hacia \$ 3. En $P < \$3$, $Q_D > Q_S$, y se representa un déficit del artículo. Esto hace que P suba hacia \$ 3 (el símbolo “>” significa “mayor que” mientras que “<” significa “menor que”)

16. Supongamos que la función de demanda para el artículo del problema 13 cambia a $Q_D' = 8000 - 1000P$

a. Definir la nueva proyección de demanda en el mercado para el artículo

$$Q_D' = 8000 - 1000P$$

Precio (\$)									
Q_D' (unidad de tiempo)									

b. Trazar esta nueva curva de demanda en una figura idéntica a la del problema 15

$$Q_D = 6000 - 1000P$$

$$Q_S = 1000P$$

$$Q_D' = 8000 - 1000P$$

Precio (\$)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q_D (unidad de tiempo)									
Q_S (unidad de tiempo)									
Q_D' (unidad de tiempo)									

c. ¿Cuáles son el nuevo precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio para este artículo?

El nuevo precio de equilibrio es \$ 4 y la nueva cantidad de equilibrio es 4000 unidades por periodo de tiempo, La estática comparada compara los valores de P y Q en los puntos de equilibrio E y E'

LABORATORIO N° 02: OFERTA- DEMANDA - EQUILIBRIO

1. Al trazar la curva de la demanda de un individuo por un artículo, todos los siguientes factores, con excepción de uno, se mantienen constantes. ¿Cuál es la excepción?
 - a. El precio del artículo que se está considerando
 - b. Los gustos del individuo
 - c. El ingreso monetario del individuo
 - d. El precio de otros artículos

2. La curva de demanda de un individuo por un artículo representa
 - a. Un límite máximo de las intenciones del individuo
 - b. Un límite mínimo de las intenciones del individuo
 - c. Tanto un límite mínimo como un límite máximo de las intenciones del individuo
 - d. Ni un límite máximo ni un límite mínimo de las intenciones del individuo

3. Una disminución del precio de un artículo, manteniendo todo lo demás constante, da por resultado y se llama
 - a. Un aumento en la cantidad demandada
 - b. Una disminución en la demandada
 - c. Una disminución en la cantidad demandada
 - d. Un aumento de la demanda

4. Cuando el ingreso de un individuo disminuye (mientras todo lo demás permanece igual), su demanda de un artículo inferior
 - a. Aumenta
 - b. Disminuye
 - c. Permanece igual
 - d. No podemos saberlo sin información adicional

5. Cuando el ingreso de un individuo aumenta, (mientras todo lo demás permanece igual), su demanda de un artículo normal
 - e. Sube
 - f. Baja
 - g. Permanece igual
 - h. Cualquiera de las anteriores

6. Cuando baja el precio de un artículo sucedáneo de X, la demanda de X
 - a. Baja
 - b. Sube
 - c. Permanece igual
 - d. Cualquiera de las anteriores

7. Cuando baja el precio de un sucedáneo como el de un artículo complementario de X aumentan, la demanda de X
- Todas las respuestas, son posible
 - Sube
 - Baja
 - Permanece igual
8. Al trazar la curva de oferta de un agricultor para un artículo, todos los siguientes factores permanecen constantes menos uno. ¿Cuál es esta excepción?
- El precio del artículo que se está considerando
 - La tecnología
 - La oferta de insumos
 - Factores naturales tales como el clima y las condiciones del tiempo
9. La curva de oferta de un productor, con pendiente positiva para determinado artículo, representa
- En un sentido, un límite máximo y en otro sentido un límite mínimo de las intenciones del productor
 - Ninguno de las respuestas
 - Un límite máximo de las intenciones del productor
 - Un límite mínimo de las intenciones del productor
10. Si la curva de oferta de un artículo tiene pendiente positiva, un alza del precio de ese artículo, ceteris paribus
- Un aumento en la cantidad ofrecida
 - Una disminución de la oferta
 - Una disminución de la cantidad ofrecida
 - Un aumento de la oferta

DEMANDA LINEAL

10. De la función de demanda $Q = 12 - 2P$ (P dado en soles) derivar
- La proyección de demanda del individuo
 - La curva de demanda del individuo
 - ¿Cuál es la cantidad máxima que llegar a demandar del artículo X por periodo de tiempo?
11. Con la proyección de demanda del individuo para el artículo X

Px(\$)	6	5	4	3	2	1
Q _D	18	20	24	30	40	60

- Trazar la curva de demanda del individuo
 - ¿En qué forma es distinta esta curva de la que se presente en el problema 11
12. Partiendo de la función de demanda $Q_D = 8 / P$ (P soles), derivar

Px(\$)	1	2	4	8
Q _D				

- La proyección de demanda del individuo
- La curva de demanda
- ¿Qué tipo de curva de demanda es está?

13. La tabla da dos proyecciones de demanda de un individuo para el artículo X. La primera de estas (Q_D) es la misma que la proyección de demanda del problema 12. La segunda ($Q_{D'}$) resulta de un aumento en el ingreso monetario del individuo (manteniendo todo lo demás constante)

P_x (\$)	6	5	4	3	2	1
Q_D	18	20	24	30	40	60
$Q_{D'}$	38	40	46	55	70	100

- Graficar los puntos de las dos proyecciones de demanda en el mismo sistema de ejes y obtener las dos curvas de demanda
 - ¿Qué ocurriría si el precio de X bajara de \$ 5 a \$ 3 antes de que el ingreso del individuo subiera?
 - Al precio fijo de \$ 5 para el artículo X, ¿qué ocurre cuando aumenta el ingreso del individuo?
 - ¿Qué pasa si al mismo tiempo que aumenta el ingreso monetario del individuo el precio de X baja de \$ 5 a \$ 3
Cuando el ingreso del individuo aumenta mientras que el precio de X baja (de \$ 5 a \$ 3), el individuo compra 35 unidades adicionales de X (es decir, pasa del punto A al punto B)
 - ¿Qué clase de artículo es X? ¿Por qué?
14. La tabla da las proyecciones de demanda de tres individuos para el artículo X. Trazar estas tres curvas de demanda sobre un mismo sistema de ejes y derivar geoméricamente la curva de demanda en el mercado para X, suponiendo que en el mercado de este producto solo hay estos tres individuos.

P_x (\$)	CANTIDAD DEMANDADA (Por unidad de tiempo)		
	Individuo 1	Individuo 2	Individuo 3
6	9	18	30
5	10	20	32
4	12	24	36
3	16	30	45
2	22	40	60
1	30	60	110

OFERTA LINEAL

15. La función específica de oferta $Q_s = 20P_x$ (P_x expresado en soles), derivar
- La proyección de oferta del productor
 - Su curva de oferta
 - ¿Qué cosas se han mantenido constantes en la función de oferta dada? ¿Cuál es el precio mínimo que hay que ofrecerle a este productor para inducirlo a empezar a ofrecer el artículo X al mercado?
 - ¿Cuál es el precio mínimo que hay que ofrecerle a este productor para inducirlo a empezar a ofrecer el artículo X al mercado?

16. Con los siguientes datos

Px(\$)	6	5	4	3	2	1
Qs	42	40	36	30	20	0

- Basándose en la proyección de oferta del producto X que aparece en la tabla, trazar la curva de oferta de este productor
- ¿En qué forma es distinta esta curva de oferta de la del problema 16

17. La tabla da dos proyecciones de oferta de un productor para el artículo X. La primera de ellas (Qs) es la misma del problema 17. La segunda (Qs') es el resultado de una disminución en las ofertas de los insumos necesarios para producir el artículo X (permaneciendo constante todo lo demás)

Px(\$)	6	5	4	3	2	1
Qs	42	40	36	30	20	0
Qs'	22	20	16	10	0	0

- Graficar los puntos de las dos proyecciones de oferta sobre un mismo sistema de ejes y obtener las dos curvas de oferta
- ¿Qué ocurriría si el precio de X subiera de \$ 3 a \$ 5 antes del desplazamiento de la oferta?
- ¿Qué cantidad del artículo X colocará en el mercado el productor al precio de \$ 3 antes y después de que su curva de oferta se haya desplazado hacia arriba?
- ¿Qué ocurre si al mismo tiempo que disminuye la oferta de X por parte del productor, el precio de X aumenta de \$ 3 a \$ 5

18. Supongamos que, como resultado de una mejora tecnológica, la función de oferta del productor viene a ser $Q_{Sx} = -10 + 20P$ (en lugar de $Q_{Sx} = -40 + 20P$)

- Derivar la nueva proyección de oferta de este productor
- En un mismo sistema de ejes trazar las curvas de oferta de este productor antes y después de la mejora tecnológica
- ¿Qué cantidad del artículo X ofrece este productor al precio de \$ 4 antes y después de la mejora tecnológica?

19. La tabla de las proyecciones de oferta de los tres productores del artículo X que hay en el mercado. Trazar en un mismo sistema de ejes, las curvas de oferta de los tres productores y derivar geoméricamente la curva de oferta en el mercado para X

Px (\$)	CANTIDAD DEMANDADA (Por unidad de tiempo)			
	Individuo 1	Individuo 2	Individuo 3	Individuos (1+2+3)
6	22	42	53	117
5	20	40	50	110
4	16	36	46	98
3	10	30	42	82
2	0	20	35	55
1	0	0	25	25
0	0	0	10	10

Esta curva de oferta en el mercado se obtuvo mediante la suma horizontal de las curvas de oferta de X para los tres productores.

2.2. EQUILIBRIO $D_d = D_s$

20. En el mercado del satisfactor X hay 10 000 individuos idénticos, cada uno con una función de demanda definida por $Q_d = 12 - 2P$, y 1 000 productores idénticos del satisfactor X, cada uno con una función de oferta dada por $Q_s = 20P$
- Encuentre la función de demanda del mercado y la función de la oferta del mercado para el satisfactor X
 - Encuentre la tabla de la demanda del mercado y la tabla de la oferta del mercado del satisfactor X y, con base en ellas, obtenga el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio
 - En un sistema de ejes, trace la curva de demanda del mercado y la curva de la oferta del mercado para el satisfactor X e indique el punto de equilibrio
 - Obtenga matemáticamente el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio
21. Con los siguientes datos:
- ¿Es estable la condición de equilibrio del problema 16 (Oferta) ? ¿Por qué?
 - Definir el equilibrio inestable y el equilibrio metastable

Qd = 120000 - 20000 P		PRESIÓN SOBRE EL PRECIO
Qs = 20000 P		
P	Qd	Qs
6	0	120000
5	20000	100000
4	40000	80000
3	60000	60000
2	80000	40000
1	100000	20000
0	120000	0

22. En la tabla se dan las proyecciones de oferta y de demanda en el mercado para el artículo Y. ¿Es estable o metaestable el equilibrio del artículo Y? ¿Por qué

Py (\$)	5	4	3	2	1
Qd _Y	5000	6000	7000	8000	9000
Qs _Y	1000	4000	7000	10000	13000

23. Si la proyección de demanda del artículo Y y la proyección de oferta en el mercado son las que aparecen en la tabla ¿sería estable el equilibrio del artículo Y, o sería inestable o metastable? ¿Por qué?

Py (\$)	5	4	3	2	1
Qd _Y	1000	4000	7000	10000	13000
Qs _Y	5000	6000	7000	8000	9000

24. Supongamos que partiendo de la condición de equilibrio del problema 21 hay un aumento en el ingreso de los consumidores (ceteris paribus), de modo que una nueva curva de demanda del mercado está definida por $Q_d' = 140000 - 20000P$
- Derivar la nueva proyección de demanda en el mercado
 - mostrar la nueva curva de demanda del mercado (D_x')
 - Determinar el nuevo precio de equilibrio y la nueva cantidad de equilibrio para el artículo X.
25. Suponga que a partir de la condición de equilibrio del problema 21 se da una mejora tecnológica en la producción de X (ceteris paribus), de modo que la nueva curva de oferta del mercado está definida por $Q_s' = 40000 + 20000P$

$P_x(\$)$	6	5	4	3	2	1	0
Q_{dx}	0	20000	40000	60000	80000	100000	120000
Q_{sx}	120000	100000	80000	60000	40000	20000	0
Q_{sx}'	160000	140000	120000	100000	80000	60000	40000

- Derivar la nueva proyección de oferta del mercado
 - Mostrar la nueva curva de oferta en el mercado (S')
 - Determinar el nuevo precio de equilibrio y la nueva cantidad de equilibrio del artículo X
26. Suponga que a partir de la condición de equilibrio del problema 21 hay un aumento en el ingreso de los consumidores de modo que la curva de demanda del mercado se convierte en $Q_d' = 140000 - 20000P$ (ver problema 25) y que al mismo tiempo hay una mejora en la tecnología de la producción del satisfactor X, de manera que la nueva curva de oferta del mercado es $Q_s' = 40000 + 20000P$ (ver problema 21). Todo lo demás permanece igual.

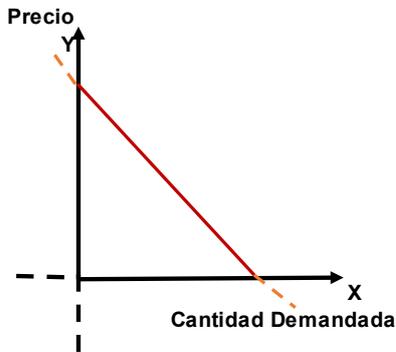
$P_x(\$)$	6	5	4	3	2	1	0
Q_{dx}	0	20000	40000	60000	80000	100000	120000
Q_{dx}'	20000	40000	60000	80000	100000	120000	140000
Q_{sx}	120000	100000	80000	60000	40000	20000	0
Q_{sx}'	160000	140000	120000	100000	80000	60000	40000

- Mostrar la nueva curva de demanda en el mercado (D_x') y la nueva curva de oferta en el mercado (S_x') en la gráfica del problema 21 (c)
 - ¿Cuáles son el nuevo precio de equilibrio y la nueva cantidad de equilibrio del artículo X?
27. Supongamos, que, partiendo de la condición de equilibrio del problema 21, el gobierno resuelve conceder una subvención de \$ 1 sobre cada unidad, a cada uno de los 1000 productores idénticos del artículo X.
- ¿Qué efecto tiene esto sobre el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio de dicho artículo
 - ¿Se benefician de alguna manera los consumidores del artículo X?

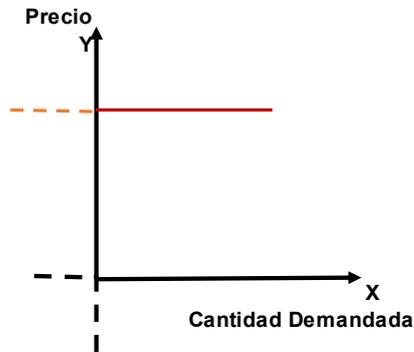
2.3. Dd - Ds (EMPLEADO FORMULA: (29, 31-35))

28. En las siguientes gráficas de la demanda, señale el tipo de pendiente:

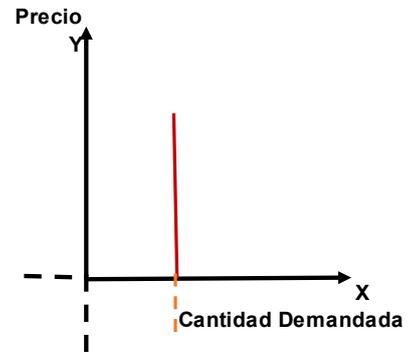
- Demanda con Pendiente Negativa
- Demanda con Pendiente Cero
- Demanda con Pendiente No Definida



a)



b)

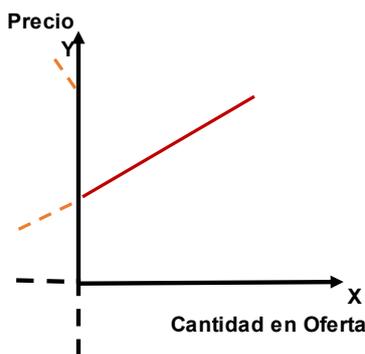


c)

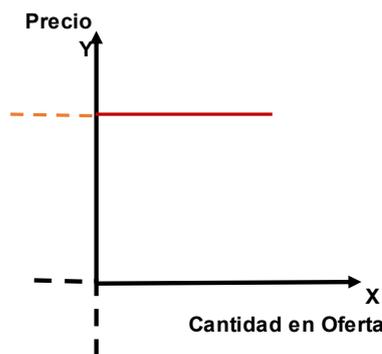
29. Cuando el precio es de \$ 80 se venden 10 relojes y se venden 20 cuando el precio es de \$ 60. ¿Cuál es la ecuación de la demanda? (Resp $P = 100 - 2Q$; $Q = 50 - 0.5P$)

30. En las siguientes gráficas de la oferta, señale el tipo de pendiente:

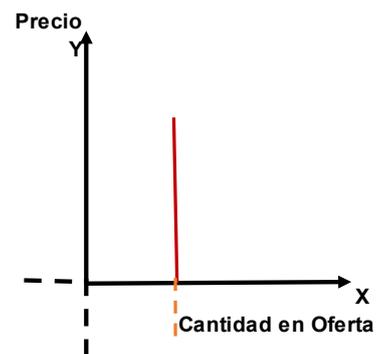
- Demanda con Pendiente Positiva
- Demanda con Pendiente Cero
- Demanda con Pendiente No Definida



a)



b)



c)

31. Cuando el precio es \$ 50 hay disponibles 50 cámaras de un tipo dado para el mercado, cuando el precio es \$ 75, hay disponibles 100 cámara, ¿Cuál es la ecuación de la oferta (Resp $P = 25 + 0.25Q$; $Q = -50 + 2P$)

32. Una familia consumió 10 Kg de huevos en el mes anterior cuando el precio era S/ 3.00, actualmente el precio del huevo bajo a S/ 2.00, la demanda ahora es 15 Kg
- Ecuación del Precio y la demanda (Resp $P = 5 - 0.2Q$; $Q = 25 - 5P$)
 - Demanda del mercado cuando son 1000 consumidores homogéneos de huevos (Resp = 25000 - 5000P)
33. Cuando el precio es \$ 25.00. no hay cámara de cierto tipo disponible. Para el mercado, por cada \$ 10.00 de aumento en el precio se dispone de 20 cámaras más para el mercado. ¿Cuál es la ecuación de oferta? (Resp $Y = 0.5X + 25$; $X = 2Y - 50$)
34. Cuando el precio es de \$ 100 no se vende ningún reloj, cuando son gratis, la demanda es de 50, ¿Cuál es la ecuación de la demanda? (Resp $P = 100 - 2Q$; $Q = 50 - 0.5P$)
35. Por considerarse necesarios para la seguridad nacional se compran anualmente 50 grandes generadores, sin importar precio, ¿Cuál es la ecuación de la demanda? (Resp $X = X_1 = 50$)
36. De acuerdo con el contrato ente la compañía A y la de teléfonos, la compañía A pagara a la de teléfonos \$ 500 al mes por las llamadas de larga distancia sin límite de tiempo, ¿Cuál es la ecuación de la oferta? (Resp $Y = Y_1 = 500$)
37. Hallar el punto de equilibrio de las siguientes ecuaciones de oferta y demanda
- $$Y = 10 - 2X ; Y = \frac{3}{2}X + 1$$
- (Resp $X = 2.57$; $Y = 4.86$)
38. Hallar el punto de equilibrio de las siguientes ecuaciones de oferta y demanda
- $$Y = 5 - 3X ; Y = 4X + 12$$
39. Si la demanda (Q, P) está determinado por (24, 3), (40, 2) y (52, 1) y la oferta (Q, P) es (22, 1), (30, 2) y (50, 3) se puede determinar las ecuaciones de demanda y oferta y el precio y cantidad de equilibrio del mercado

2.4. Dd - Ds Cuadraticas

40. Hallar el precio y la cantidad de equilibrio para las ecuaciones de oferta y demanda siguientes (en donde X representa la cantidad y Y el precio)

$$2X + Y - 10 = 0; Y^2 - 8X - 4 = 0$$

41. Hallar el precio y la cantidad de equilibrio para las ecuaciones de oferta y demanda siguientes (en donde X representa la cantidad y Y el precio).

$$X^2 + 5X - Y + 1 = 0; 2X^2 + Y - 9 = 0$$

42. Hallar la cantidad y el precio de equilibrio para las ecuaciones de oferta y demanda siguientes (en donde X representa la cantidad y Y el precio)

$$Y^2 + Y + X - 20 = 0; 2Y^2 - X - 3Y - 4 = 0$$

LABORATORIO N° 03: MEDIDA DE LAS ELASTICIDADES

1. Si el aumento porcentual de la cantidad de un artículo demanda es menor que la disminución porcentual de su precio, el coeficiente precio de elasticidad de la demanda es
 - a. Menor que 1
 - b. Cero
 - c. Mayor que 1
 - d. Igual a 1
2. Si la cantidad demandada de un artículo permanece sin cambio cuando varía su precio, el coeficiente de elasticidad – precio de la demanda es
 - a. Cero
 - b. Menor que 1
 - c. Igual a 1
 - d. Mayor que 1
3. La elasticidad – arco da una mayor estimación de la elasticidad puntual de una curva de demanda curvilínea
 - a. Ambas cosas
 - b. Ninguna de las dos
 - c. Cuando la curva de demanda sobre el arco se hace más pequeña
 - d. Cuando el tamaño del arco se hace más pequeño
4. Si una curva de demanda rectilínea es tangente a una curva de demanda curvilínea, la elasticidad de las dos en el punto de tangencia es
 - a. La misma
 - b. Diferente
 - c. Puede ser la misma o puede ser diferente
 - d. Depende de la ubicación del punto de tangencia
5. Un aumento en el precio de un artículo cuando la demanda es inelástica, hace que el gasto total de los consumidores para comprar ese artículo
 - a. Aumente
 - b. Disminuya
 - c. Permanezca igual
 - d. Cualquiera de las anteriores
6. Una baja del precio de un artículo cuya curva de demanda es una hipérbola rectangular hace que el gasto total para comprar el artículo
 - a. Permanezca igual
 - b. Aumente
 - c. Disminuya
 - d. Cualquiera de las anteriores

7. Una elasticidad -ingreso negativa de la demanda de un artículo indica que al disminuir el ingreso la cantidad que se compra
- Aumenta
 - Disminuye
 - Permanece igual
 - Cualquiera de los anteriores
8. Si la elasticidad-ingreso de demanda es mayor que 1, el artículo
- Es un lujo
 - Es una necesidad
 - Es un artículo que no tiene relación
 - Es un artículo inferior
9. Si las cantidades de dos artículos que se compran ambas o ambas disminuyen en cuando el precio del uno cambia, la elasticidad cruzada entre ellos es
- Negativa
 - Positiva
 - Cero
 - Uno
10. Si la cantidad que se compra de un artículo permanece sin cambio cuando el precio de otro artículo varía, la elasticidad cruzada de demanda ente ellos son
- Cero
 - Uno
 - Positiva
 - Negativa
11. Obtenga la elasticidad punto de la demanda en el punto de equilibrio
- $$Q_d = 4800 - 50P$$
- $$Q_s = 30P$$
12. Obtenga la elasticidad punto de la demanda en el punto de equilibrio
- $$Q_d = 75 - 15P$$
- $$Q_s = 10P$$
13. Obtenga la elasticidad punto de la demanda en el punto de equilibrio
- $$Q_d = 648 - 36P$$
- $$Q_s = 45P$$
14. Obtenga la elasticidad punto de la demanda en el punto de equilibrio
- $$Q_d = 4050 - 70P$$
- $$Q_s = 65P$$
15. Obtenga la elasticidad punto de la demanda en el punto de equilibrio
- $$Q_d = 735 - 81P$$
- $$Q_s = 65P$$

16. Obtenga la elasticidad arco o segmento de la demanda

$$Q_d = 246 - 18P$$

$$Q_s = 23P$$

17. Si se incrementa la oferta, el precio disminuye a 4 y la Q_d aumenta a 174. La elasticidad arco en este segmento de la curva de demanda es:

$$Q_d = 360 - 33P$$

$$Q_s = 27P$$

18. Si se incrementa la oferta, el precio disminuye a 4 y la Q_d aumenta a 174. La elasticidad arco en este segmento de la curva de demanda es:

$$Q_d = 632 - 44P$$

$$Q_s = 35P$$

19. Si se incrementa la oferta, el precio disminuye a 4 y la Q_d aumenta a 174. La elasticidad arco en este segmento de la curva de demanda es:

$$Q_d = 135 - 8P$$

$$Q_s = 7P$$

20. Si se incrementa la oferta, el precio disminuye a 4 y la Q_d aumenta a 174. La elasticidad arco en este segmento de la curva de demanda es:

21. Xx

22. Xx

23. Xx

24. Xx

25. Xx

26. xx

LABORATORIO N° 04: DEMANDA DEL CONSUMIDOR: TEORIA DE LA UTILIDAD

1. Cuando la utilidad total aumenta, la utilidad marginal es:
 - a. Es positiva y está bajando
 - b. Negativa y está aumentando
 - c. Negativa y está bajando
 - d. Es cero

2. En el punto de saturación para el artículo X, la UM_x es
 - a. Cero
 - b. Positiva
 - c. Negativa
 - d. Cualquiera de las anteriores

3. Si la UM de la última unidad de X consumida es el doble de la UM de la última de Y consumida, el consumidor está en equilibrio únicamente si
 - a. El precio de X es el doble del precio de Y
 - b. El precio de X es igual al precio de Y
 - c. El precio de X es la mitad del precio de Y
 - d. Cualquiera de los anteriores

4. En el equilibrio la utilidad que obtienen un consumidor al consumir la última de cada artículo es la misma
 - a. Verdadero o Falso según los precios de los artículos
 - b. Verdadero
 - c. Falso
 - d. Verdadero o falso según el ingreso del individuo

5. Si la UM_x/UM_y para el individuo A es mayor que para el individuo B, es posible que A salga ganando al renunciar a
 - a. Y a cambio de que B le entregue más X
 - b. X a cambio de que B le entregue mas Y
 - c. Cualquiera de los dos, X o Y
 - d. No lo podemos saber sin información adicional

6. Todos los puntos de una curva de demanda de consumidor
 - a. Representa puntos de maximización de utilidad para el consumidor
 - b. No presentan puntos de maximización de utilidad
 - c. Pueden representar o no puntos de maximización de utilidad
 - d. No podemos saberlo sin información adicional

7. Si la cantidad de un artículo que se demanda no varía cuando cambia su precio, la curva de demanda para este artículo
- Tiene pendiente negativa
 - Tienen pendiente positiva
 - Es horizontal
 - Es vertical
8. En un mundo de dos artículos, si d_x es unitariamente elástica, un aumento en el precio de X (ceteris paribus) de por resultado
- Que se compre la misma cantidad de Y
 - Que se compre menos Y
 - Que se compre más Y
 - Cualquiera de los anteriores resultados es posible
9. En un mundo de dos artículos, si d_x es inelástica, un aumentó en el precio de X (ceteris paribus) da por resultado
- Que se compre menos Y
 - Que se compre la misma cantidad de Y
 - Que se compre mas Y
 - Cualquiera de los anteriores
10. Cuando el precio de un artículo normal baja (ceteris paribus), se compra más de este artículo
- Debido a ambos efectos
 - Debido al efecto de sustitución
 - Debido al efecto de ingreso
 - Debido a cualquiera de esto dos efectos
11. De la proyección UT_x de la tabla:

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UT_x	0	7	13	18	22	25	27	28	28	27

- Derivar la proyección UM_x
- Graficar las proyecciones UT_x y UM_x e indicar el punto de saturación

12. De la proyección de la UT_y que aparece en la Tabla:

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_y	0	4	14	20	24	26	26	24

- Derivar la proyección de UM_y
- Graficar las proyecciones UT_y y UM_y e indicar el punto de saturación

**LABORATORIO N° 05:
DEMANDA DEL CONSUMIDOR:
TEORIA DE LAS CURVAS DE INDIFERENCIA**

1. La afirmación $C = D = 10$ utils implica
 - a. Una medida ordinal y cardinal de utilidad
 - b. Una medida ordinal de utilidad únicamente
 - c. Una medida cardinal de utilidad únicamente
 - d. Ninguna de las anteriores
2. Al movernos a lo largo de una curva de indiferencia en dirección ascendente, la TMS (observar el orden de los subíndices; supone también que X mide a lo largo del eje horizontal y Y a lo largo del eje vertical)
 - a. Disminuye
 - b. Aumenta
 - c. Permanece constante
 - d. Baja, sube o permanece constante
3. Si una curva de indiferencia fuera horizontal (suponemos que X se mide a lo largo del eje vertical) esto significaría que el consumo está saturado
 - a. Del artículo X únicamente
 - b. Del artículo Y únicamente
 - c. De X y de Y
 - d. De ninguno de los dos artículos
4. Si el consumidor está por debajo de su línea presupuestaria ((y no en ella)
 - e. No está gastando todo su ingreso
 - f. Está gastando todos sus ingresos
 - g. Puede estar gastando o no gastando todo su ingreso
 - h. Esta en equilibrio
5. En el equilibrio la pendiente de la curva de indiferencia es
 - a. Igual a la pendiente de la línea presupuestaria
 - b. Mayor que la pendiente de la línea presupuestaria
 - c. Menor que la pendiente de la línea presupuestaria
 - d. Igual o mayor o menor que la pendiente de la Línea presupuestaria
6. Si la TMS para el individuo A excede la TMS para el individuo B, es posible que A salga ganando si entrega a B
 - a. Y a cambio de más X
 - b. X a cambio de más Y
 - c. O bien X o bien Y
 - d. No podemos saberlo sin información adicional

7. La Línea que une puntos de equilibrio del consumidor resultante cuando solo se modifica su ingreso, se llama
 - e. La curva ingreso-consumo
 - f. La curva Engel
 - g. La curva de demanda
 - h. La curva precio-consumo

8. La curva Engel para un artículo Giffen
 - e. Tiene pendiente negativa
 - f. Es vertical
 - g. Es horizontal

9. Si la curva precio-consumo de un artículo es horizontal en todos los precios o pertinente; la curva de demanda para este artículo
 - e. Es una hipérbola rectangular
 - f. Es horizontal
 - g. Tiene pendiente positiva
 - h. Es vertical

10. La curva Precio-consumo para una demanda rectilínea prolongada hasta ambos ejes
 - e. Baja y luego sube
 - f. Sube en toda su extensión
 - g. Desciende en toda su extensión
 - h. Sube y luego baja

11. La tabla N° 01 da puntos en cuatro curvas distintas de indiferencia para un consumidor
 - a. Trazar las curvas de indiferencia I, II, III y IV en un mismo sistema de ejes

I		II		III		IV	
Qx	Qy	Qx	Qy	Qx	Qy	Qx	Qy
2	13	3	12	5	12	7	12
3	6	4	8	5.5	9	8	9
4	4.5	5	6.3	6	8.3	9	7
5	3.5	6	5	7	7	10	6.3
6	3	7	4.4	8	6	11	5.7
7	2.7	8	4	9	6.4	12	5.3

- b. ¿Que muestran las curvas de indiferencia?

Las curvas de indiferencia muestran gráficamente los gustos y preferencias del consumidor (en el análisis de utilidad, la curva de utilidad total de consumidor introdujo sus gustos). El consumidor se muestra indiferente en cuanto a todas las diversas combinaciones de X y Y sobre la misma curva de indiferencia, pero prefiere puntos en una curva más alta en una más baja. Si bien hemos elegido representar los gustos de un consumidor dibujando solamente tres o cuatro curvas de indiferencia, el campo de tales curvas es denso, es decir, que hay un número infinito de ellas. Todas las curvas de indiferencia de un consumidor nos dan el mapa de indiferencia del consumidor. Los distintos consumidores tienen distintos mapas de indiferencia. Cuando cambian los gustos de un individuo, su mapa de indiferencia cambia.

12. Con datos planteados

- a. Encontrar la TMS_{xy} entre todos los puntos consecutivos de las cuatro curvas de indiferencia del problema 11.

I			II			III			IV		
Qx	Qy	TMS _{xy}	Qx	Qy	TMS _{xy}	Qx	Qy	TMS _{xy}	Qx	Qy	TMS _{xy}
2	13		3	12		5	12		7	12	
3	6		4	8		5.5	9		8	9	
4	4.5		5	6.3		6	8.3		9	7	
5	3.5		6	5		7	7		10	6.3	
6	3		7	4.4		8	6		11	5.7	
7	2.7		8	4		9	6.4		12	5.3	

- b. ¿Cuál es la diferencia entre TMS_{xy} y la UM_{xy} ?

La TMS_{XY} mide la cantidad de Y que un consumidor esta dispuesto a entregar para obtener una unidad adicional de X_x (y permanece en la misma curva de indiferencia). Es decir, la $TMS_{XY} = -(\Delta Q_x / \Delta Q_y)$. La UM_x mide el cambio de utilidad total que recibe un consumidor cuando modifica en una unidad su consumo de X. Esto es, $UM_x = \Delta UT_x / \Delta Q_x$. Al medir la TMS_{xy} , tanto X como Y varían. Al medir UM la cantidad de Y (entre otras cosas) se mantienen constante. Así pues, la TMS mide algo distinto de la UM_x .

13. Supongamos que el precio de un artículo Y es \$ 1 por unidad, mientras que el precio del artículo X es \$ 2 por unidad, y que el ingreso monetario del individuo es \$ 16 por unidad de tiempo y lo gasta todo en X y Y

- a. Trazar la línea de restricción presupuestaria para este consumidor

- b. Explicar de la forma y propiedades de la línea de restricción presupuestaria de la parte (a)

Si el consumidor gastara todo su ingreso en el artículo Y podría comprar 16 unidades. Si lo gastara todo en el artículo X podría comprar 8 unidades. Uniendo estos dos puntos con una línea recta, obtenemos la línea de restricción presupuestaria del consumidor. Esta línea nos da todas las diferentes combinaciones de X y Y que el consumidor puede comprar. Así pues, podría comprar 16Y y 0X, 14Y y 1X, 12Y y 2X...0Y y 8X. Obsérvese que por cada 2 unidades de Y que sacrifica, puede comprar una unidad adicional de X. La pendiente de su línea presupuestaria tiene un valor de -2 y permanece constante. También debe notarse que todos los puntos de la línea presupuestaria indican que el consumidor está ganando la totalidad de su ingreso en X y Y. Es decir, que su $P_x Q_x + P_y Q_y = M = \$ 16$

LABORATORIO N° 06: TEORIA DE LA PRODUCCIÓN

1. Cuando baja el PT
 - a. PP_T está disminuyendo
 - b. El PP_T es cero
 - c. El PM_T es cero
 - d. El PP_T es negativo
2. Cuando el PP_T es positivo, pero esta declinando, el PM_T podría
 - a. Cualquiera de los anteriores
 - b. Estar declinando
 - c. Ser igual a cero
 - d. Ser negativo
3. La etapa II de la producción empieza en donde PP_T comienza a declinar
 - a. Siempre
 - b. Nunca
 - c. Algunas veces
 - d. A menudo
4. Cuando el PM de la tierra es negativo, estamos en
 - a. Ninguna de las anteriores
 - b. La etapa I para tierra
 - c. La etapa III para el trabajo
 - d. La etapa II para la tierra
5. Si aumentando en una unidad la cantidad de trabajo empleado, la compañía puede prescindir de 2 unidades de capital y seguir produciendo el mismo producto, entonces la $TMST_{KT}$ es
 - a. 2
 - b. 1/2
 - c. 1
 - d. 4
6. El trayecto de expansión de la teoría de la producción es análogo en la teoría de consumo
 - a. A la línea ingreso -consumo
 - b. A la línea de restricción presupuestaria
 - c. A la curva de Engel
 - d. A la línea precio - consumo
7. Dentro del intervalo significativo, las isocuantas
 - a. Son todo lo anterior
 - b. Tienen pendiente negativa
 - c. Son convexas con respecto al origen
 - d. No pueden cruzarse

8. Si gráficamente el capital sobre el eje vertical y el trabajo sobre el horizontal, la pendiente de una isocosta rectilínea en esta grafica es
- $-P_T/P_K$
 - P_T/P_K
 - P_K/P_T
 - $-P_K/P_T$
9. En el punto de equilibrio del productor
- Todo lo anterior
 - P_T/P_K
 - $PM_T/P_K = PM_K/P_K$
 - La isocuenta es tangente a la isocosta
10. Si tenemos rendimientos constantes a escala y aumentamos la cantidad de trabajo empleado por unidad de tiempo en 10% pero mantenemos constante la cantidad de capital, el producto
- Aumentará menos del 10%
 - Aumentará en 10%
 - Disminuirá 10%
 - Aumentará más del 10%

ANSWER: A

11. Por la tabla N° 1

Tierra	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Trabajo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PT	0	2	5	9	12	14	15	15	14	12

- Encontrar el producto promedio y el producto marginal del trabajo
 - Graficar el PT y las curvas de PP y PM del trabajo
12. Con los siguientes datos
- En un mismo sistema de ejes, trazar las curvas de PT, PP_T y PM_T del problema 11 como curvas suaves
 - Explicar la forma de las curvas PP_T y PM_T en la parte (a) en términos de la forma de la curva del PT
- La pendiente de una línea trazada del origen a un punto sobre la curva PT sube hasta el punto B de ahí en adelante declina. De este modo, la curva PP_T asciende hasta el punto B' y declina de ahí en adelante. En origen, la pendiente de la curva PT (el PM_T) sube hasta el punto C (punto de inflexión), luego declina pero sigue siendo positiva hasta el punto C. En el punto C (punto máximo de la curva PT) la pendiente de esta curva (el PM_T) es cero. Mas allá del punto C, la pendiente de la curva PT (el PM_T) es negativa. En el punto B, la pendiente de la curva PT (el PM_T) a la pendiente de una línea tirada desde el origen hasta la curva PT (el PP_T)

LABORATORIO N° 07: COSTO DE PRODUCCIÓN

1. El costo en que incurre una compañía para comprar o alquilar cualquier factor de la producción se llama
 - a. Costo explícito
 - b. Costo implícito
 - c. Costo variable
 - d. Costo fijo

2. Un empresario que administra su negocio retira anualmente \$ 20 000 como su sueldo, de las entradas totales de la compañía. El costo implícito de este empresario es
 - a. Cualquiera de los anteriores es posible
 - b. \$ 20 000 anuales
 - c. Mas de \$ 20 000 anuales
 - d. Menos de \$ 20 000 anuales

3. Si sólo una parte de la fuerza de trabajo que empleo la compañía se puede despedir en cualquier momento sin compensación, entonces el total de jornales y salarios que la compañía paga debe considerarse como
 - a. Un costo en parte fijo y en parte variable
 - b. Un costo variable
 - c. Un costo fijo
 - d. Cualquiera de los anteriores

4. Cuando empieza a operar la ley de rendimientos decrecientes, la curva de CVT empieza
 - a. A aumentar a un ritmo creciente
 - b. A descender a un ritmo creciente
 - c. A aumentar a un ritmo decreciente
 - d. A bajar a un ritmo decreciente

5. Todas las siguientes curvas tienen forma de U, con excepción de
 - a. La de CFP
 - b. La de CVP
 - c. La de CP
 - d. La de CM

6. El CM lo de
 - a. O bien la pendiente de la curva CVT o la pendiente de la curva CT
 - b. La pendiente de la curva
 - c. La pendiente de la curva CFT
 - d. La pendiente de la curva de CT, pero no la de la curva CVT

7. La curva CM alcanza su punto mínimo antes de la curva CVP y la curva CP. Además, la curva CM corta las curvas CVP y CP en sus puntos más bajo
- Siempre
 - Nunca
 - Con frecuencia
 - Algunas veces
8. En el punto en que una línea recta que viene del origen es tangente a la curva CT, el CP
- Todo lo anterior
 - Es mínimo
 - Es igual a CM
 - Es igual a CVP más CFP
9. La curva CPL es tangente al punto más bajo de las curvas CPC cuando la curva CPL está descendiendo
- Nunca
 - Algunas veces
 - No lo podemos saber
 - Siempre
10. Si la curva CPL baja a medida que el producto crece, esta baja se debe
- A economías escala
 - A la ley de rendimiento decrecientes
 - A deseconomías de escala
 - A cualquiera de las anteriores
11. Con los siguientes datos
- En un mismo sistema de ejes, graficar las proyecciones CFT, CVT y CT de la tabla N° 1

Q	CFT \$	CVT \$	CT \$
0	120	0	120
1	120	60	180
2	120	80	200
3	120	90	210
4	120	105	225
5	120	140	260
6	120	210	330

- Explicar la razón de la forma de las curvas

Puesto que CFT permanece constante en \$ 120 por periodo de tiempo, cualquiera sea el nivel de producto, la curva CFT es paralela al eje horizontal y está \$ 120 por encima de él. Los CVT son cero cuando el producto es cero y van aumentando a medida que el producto crece. Antes de que empiece a operar la ley de rendimiento decrecientes, los CVT aumentan a un ritmo decreciente. Cuando la ley de rendimiento decrecientes empieza a sentirse, los CVT aumentan a un ritmo creciente. Por esto la curva de CVT empieza en el origen y tienen pendiente positiva. Es cóncava hacia abajo hasta el punto de inflexión y cóncava hacia arriba de ahí en adelante. Puesto que CT es igual a CFT más CVT, la curva de CT tienen exactamente la misma forma, CVT y CT, todos los recursos se valoran según su costo de oportunidad, que comprende costos explícitos y CT, todos los recursos se valoran según sus

costos de oportunidad, que comprende costos explícitos e implícitos. Las curvas de CFT, CVT y CT indican también respectivamente, los costos mínimos, fijos, variables y totales, de producir diversos niveles de producto por periodo de tiempo

12. Por la tabla N° 1

a. Encontrar las proyecciones de CFP, CVP, CP y CM

Q	CFT \$	CVT \$	CT \$	CFP \$	CVP \$	CP \$	CM \$
0	120	0	120				
1	120	60	180				
2	120	80	200				
3	120	90	210				
4	120	105	225				
5	120	140	260				
6	120	210	330				

b. Graficar estas proyecciones sobre un mismo sistema de ejes

LABORATORIO N° 08: PRECIO Y PRODUCTO BAJO COMPETENCIA PERFECTA

1. Cuál de las industrias siguientes se aproxima más al modelo de competencia perfecta
 - a. Cultivo de trigo
 - b. Automóviles
 - c. Periódicos
 - d. Cigarrillos
2. Dada la oferta de un artículo en el periodo de mercado, el precio del artículo lo determinan
 - a. La curva de demanda del mercado únicamente
 - b. La curva de oferta de mercado únicamente
 - c. La curva de demanda y la curva de oferta en el mercado
 - d. Ninguna de las anteriores
3. Las ganancias totales se maximizan cuando
 - a. Las curvas RT y CT son paralelas y RT es superior a CT
 - b. RT igual a CT
 - c. La curva RT y la curva TC son paralelas
 - d. Las curvas RT y CT son paralelas y CT es superior a RT
4. El nivel óptimo de producto o rendimiento para una empresa perfectamente competitiva lo da el punto en que
 - a. RM igual CM, y CM está subiendo
 - b. RM igual CP
 - c. RM igual CM
 - d. RE excede a CM por una gran cantidad
5. En el óptimo nivel de producto a corto plazo, la empresa
 - a. Maximiza la ganancia total o minimiza la pérdida total
 - b. Maximiza la ganancia total por unidad
 - c. Maximiza las ganancias totales
 - d. Minimiza las pérdidas totales
6. Si P es superior a CVP, pero inferior a CP en el nivel óptimo de producto, la empresa
 - a. Está sufriendo una pérdida, pero debe continuar produciendo a corto plazo
 - b. Está sufriendo pérdida y debe suspender la producción inmediatamente
 - c. Ni pierde ni gana
 - d. Está realizando una utilidad
7. En el punto de cierre de actividades
 - a. Todo lo anterior
 - b. $P = CVP$
 - c. $RT = VCT$
 - d. Las pérdidas totales de la empresa son iguales

8. La curva de oferta a corto plazo para la empresa perfectamente competitiva
- La porción ascendente de su curva CM por encima del punto de cierre
 - La porción ascendente de su curva CM por encima del punto crítico
 - La porción ascendente de su curva CM por encima de la curva CP
 - La porción ascendente de su curva CM
9. Cuando tanto la empresa como la industria perfectamente competitiva están en equilibrio a largo plazo
- Todo lo anterior
 - $P = RM = CMC = CML$
 - $P = RM = CPC = CPL$
 - $P = RM =$ punto mínimo de curva CPL
10. Cuando la empresa perfectamente competitiva pero no la industria está en equilibrio a largo plazo
- $P = RM = CMC = CLM \neq CPC = CPL$
 - $P = RM = CMC = CPC$
 - $P = RM = CML = CPL$
 - $P = RM = CMC = CML \neq CPC =$ punto más bajo en la curva CPL
11. Supongamos que la demanda en el mercado en una industria de competencia perfecta la da $Q_d = 70000 - 5000P$ y que la función de oferta es $Q_s = 40000 + 2500P$, con P dado en soles
- Encontrar el precio de equilibrio del mercado
 - Encontrar la proyección de demanda en el mercado y la proyección de oferta en el mercado a precio de \$ 9,8,7,6,5,4,3,2,1
 - Trazar las curvas de demanda y oferta en el mercado y la curva de demanda para una de las 100 empresa idénticas y perfectamente competitiva que constituyen esta industria
 - ¿Cuál es la ecuación de la curva de demanda de
12. Si la oferta en el mercado de un artículo la da $Q_s = 50000$
- ¿Se trata del periodo de mercado, del corto plazo o del largo plazo
 - Si la demanda del mercado la da $Q_d = 70000 - 5000P$, y P se expresa en soles, cual es el precio (P) de equilibrio del mercado?
 - Si la función de demanda del mercado cambia a $Q_d' = 100000 - 5000P$ ¿Cuál es el nuevo precio de equilibrio del mercado (P')
 - Si la función de demanda del mercado cambia a $Q_d'' = 60000 - 5000P$, ¿Cuál es el nuevo precio de equilibrio (P'')?
 - Dibujar una gráfica que muestre los partes (b),(c), y (d) de este problema
13. Si el CTC de una empresa a diversos niveles de producto lo dan los valores de la tabla y $RT = PQ = \$ 4Q$

P	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Q	0	100	200	300	400	500	600	700	750	600	900
CT	400	1000	1300	1500	1600	1700	1850	2100	2265	2500	3600

- Determinar el nivel de producto al cual la empresa maximiza las pérdidas totales, ni pierda ni gana, y maximiza ganancias totales
- Graficar las proyecciones RT y CTC en un sistema de ejes y (sobre la curva CTC) marcar A el punto de maximización de pérdidas totales B y E los puntos críticos, C el punto de más bajo CPC y D el punto de maximización de ganancias totales

LABORATORIO N° 09: PRECIO Y PRODUCTO BAJO MONOPOLIO PURO

1. Cuando la curva D es elástica, RM es
 - a. Positiva
 - b. 1
 - c. 0
 - d. Negativa
2. Si $P = \$ 10$ en el punto de la curva D en donde $e = 0.5$, RM es
 - a. $-\$ 10$
 - b. $-\$ 1$
 - c. $\$ 5$
 - d. $\$ 0$
3. El nivel óptimo de rendimiento para el monopolista puro ocurre en el punto en donde
 - a. Las curvas de RT y de CTC son paralelas
 - b. CTC es mínimo
 - c. RT es máximo
 - d. $RT = CTC$
4. Al óptimo nivel de rendimiento para el monopolista puro
 - a. $RM = CMC$
 - b. $P = CMC$
 - c. $P =$ el más bajo CPC
 - d. P es el más alto
5. A corto plazo, el monopolista
 - a. Cualquiera de los anterior
 - b. Ni pierde ni gana
 - c. Sufre una pérdida
 - d. Realiza una ganancia
6. Si el monopolista sufre pérdidas a corto plazo, entonces a largo plazo
 - a. Cualquiera de lo anterior es posible
 - b. Se retirará del negocio
 - c. Permanecerá en el negocio
 - d. Ni perderá ni ganará
7. Cuando el monopolista está en
 - a. Equilibrio a largo plazo, estará también en equilibrio a corto plazo
 - b. Equilibrio a corto plazo, estará también en equilibrio a largo plazo
 - c. Equilibrio a largo plazo, puede estar o no también en equilibrio a corto plazo
 - d. Nada de lo anterior

8. En el equilibrio a largo plazo, el monopolista puro (a diferencia de la empresa perfectamente competitivo) puede realizar ganancias puras porque
- El ingreso de otras empresas está cerrado
 - Cobra elevados precios
 - Tiene bajos costos CPL
 - Hace publicidad
9. La imposición de un precio máximo en el punto en donde la curva CMC del monopolista corta su curva D, hace que el monopolista
- Cualquiera de lo anterior
 - Ni pierde ni gane
 - Sufre pérdidas
 - Realice utilidades
10. La imposición de un gravamen por unidad al monopolista hace que
- Sus curvas CPC y CMC se desplacen hacia arriba porque el impuesto por unidades como un costo variable
 - Únicamente su curva CPC se desplace hacia arriba
 - Sus curvas CPC y CMC se desplacen hacia arriba porque el impuesto por unidad es como un costo fijo
 - Nada de lo anterior
11. En la tabla, La RT menos CTC da ganancias totales. Determinar:

P (\$)	Q	RT (\$)	CTC (\$)	GANANCIA TOTAL (\$)
8	0		6	
7	1		8	
6	2		9	
5.5	2.5		10	
5	3		12	
4	4		20	
3	5		35	

- Ganancias totales
- Equilibrio del monopolista a corto plazo cuando produce y vende unidades de artículos por periodo de tiempo
Las ganancias totales se maximizan en \$ 3.75 y el monopolista está en equilibrio a corto plazo cuando produce y vende 2.5 unidades del articulo por periodo de tiempo al precio de \$ 5.50.
- Graficar CTC, RT y Ganancias totales
Observar que, mientras que la curva de RY para la empresa perfectamente competitiva la da una línea recta que pasa por el origen (porque el precio del articulo permanece constante) la curva de RT para la monopolista toma la forma de una U invertida. Observar que en la figura el nivel del producto al cual las ganancias totales del monopolista se maximizan, es inferior al producto en el cual es máxima la RT.

12. Los valores de la tabla siguientes el P y la Q, determinar:
- En el nivel de producto RM
 - Graficar CMC, CPC, RM y D

P (\$)	Q	RT (\$)	RM	CTC (\$)	CMC	CPC	GANC./ UNID. (\$)	GANANCIA TOTAL (\$)
8.0	0			6.0				
7.0	1			8.0				
6.0	2			9.0				
5.5	2.5			10.0				
5.0	3			12.0				
4.0	4			20.0				
3.0	5			35.0				

13. Dada la función de demanda $Q_D = 12 - P$
- Encontrar las proyecciones D y RM
 - Graficar las proyecciones D y RM
 - Encontrar RM cuando $P = \$ 10, \$ 6$ y $\$ 2$

BIBLIOGRAFIA

- Case, K. E., & Oster, R. C. (s.f.). *Principios de Microeconomía*. México: Pearson Educación.
- Collazos, J. (s.f.). *Microeconomía. Teoría del Consumo*. Lima: Universidad San Martín de Porra.
- Cubas, B. S. (s.f.). *Microeconomía conducta y evidencia empírica*. Lima: Universidad San Martín de Porra.
- Cue, A., & Quintana, L. (s.f.). *Introducción a Micro Economía*. México: Grupo editorial patria.
- Draper, J. E., & Klingman, J. S. (s.f.). *Matemáticas para Administración y Economía*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Russek, A. L. (s.f.). *Microeconomía. Enfoque de negocios*. México: Pearson Educación.
- Salvatore, D. (s.f.). *Microeconomía*. México: McGraw-Hill.
- Vasquez, A. S. (s.f.). *Matemáticas Aplicadas a las ciencias Económico- Administrativas*. México: Grupo editorial Patria.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMÍA

GUIA ACADÉMICA

ASIGNATURA: ECONOMÍA I

CICLO I

ELABORADO POR :
DRA. SANDRA ELIZABETH HUAMAN PASTORELLI

Correo : sehuamanp@unac.edu.pe

2021-A

CONTENIDO

1.	INFORMACIÓN GENERAL DE LA ASIGNATURA	3
2.	PRESENTACION.....	3
3.	CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA LA ASIGNATURA.....	4
4.	COMPETENCIAS	4
1.	COMPETENCIA GENERAL	4
2.	COMPETENCIAS ESPECÍFICAS	4
5.	UNIDADES DE DESARROLLO.....	4
6.	DESARROLLO POR UNIDADES DE APRENDIZAJE.....	4
	UNIDAD 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORIA ECONOMICA	5
1.1.	INTRODUCCIÓN	5
1.2.	DEFINICIÓN DE LA ECONOMÍA	5
1.3.	OBJETO DE LA ECONOMÍA.....	6
1.4.	MODELOS ECONÓMICOS.....	6
1.5.	PROBLEMAS ECONÓMICOS CENTRALES.....	8
1.6.	BIENES SEGÚN LA RELACIÓN ENTRE ELLOS	10
1.7.	CLASIFICACIÓN DE LOS RECURSOS O FACTORES PRODUCTIVOS.....	12
	UNIDAD 2. TEORIA MICROECONOMICA.....	16
2.1	TEORÍA DEL CONSUMIDOR	16
2.2	TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y COSTOS.....	23
2.3	DETERMINACIÓN DE PRECIOS	26
	UNIDAD 3. TEORIA MACROECONOMICA	30
3.1	FUNCIONAMIENTO Y MEDICIÓN DE LA ACTIVIDAD ECONÓMICA	30
3.2	MODELO DE EQUILIBRIO DE UNA ECONOMÍA DE DOS SECTORES	33
3.3	MODELO DE EQUILIBRIO DE UNA ECONOMÍA DE TRES SECTORES	37
	UNIDAD 4. POLITICA ECONOMICA.....	44
4.1	INFLACIÓN	44
4.2	USO DE LOS ÍNDICES: EL VIAJE EN EL TIEMPO.....	45
4.3	POLÍTICA FISCAL	45
7.	REFERENCIAS.....	0

GUIA ACADÉMICA – ECONOMIA I

1. INFORMACIÓN GENERAL DE LA ASIGNATURA

La asignatura corresponde al área de Teoría y Política Económica y es de carácter teórico-práctico. Se propone capacitar al discente en el manejo y comprensión del comportamiento de los agentes económico de manera individual en el marco del enfoque constructivista-conectivista, en transición a la formación profesional por competencias, desarrollando incluso actividades de investigación y con responsabilidad social.

Asignatura:	Economía I
Código:	01E, 02E, 12E
Condición:	Obligatorio
Pre - requisito:	Ninguno
Nº de horas de clase:	05 (03 T; 02 P)
Nº de créditos:	05
Ciclo:	Primero
Duración:	17 semanas

2. PRESENTACION

El acercamiento y manejo del modelo pedagógico por parte de los maestros, se constituye en un componente fundamental dentro de las instituciones educativas; en tanto, son asumidos como intelectuales transformativos que no solo manejan un conocimiento disciplinar, sino a la vez tienen un dominio metodológico, pedagógico y evaluativo que aporta de manera directa a la formación de los estudiantes.

En este sentido, la guía académica, asumida como un instrumento orientador que le permite tanto al maestro como al estudiante, comprender el origen, búsquedas y alcances de una asignatura determinada; es así como la guía se convierte en un insumo fundamental para la construcción de conocimiento en línea con las competencias de cada programa educativo.

Se asume de manera responsable la guía académica, desde su diseño hasta su impartición y retroalimentación conlleva que el docente se sitúe desde un punto reflexivo e interpretativo en el que no solo aplique el instrumento, sino además lo adecue a las demandas del contexto, a las particularidades e intereses de los estudiantes y las necesidades propias; de esta manera la guía pasa de ser un requisito a ser un hilo conductor en el proceso de enseñanza – aprendizaje – evaluación dentro del Curso de Economía I.

De allí, la relevancia por generar un espacio de construcción individual y colectiva, en el que diversos agentes educativos conozcan, identifiquen y comprendan las implicaciones e

importancia de la guía académica y posteriormente, se conviertan en apoyo para los pares académicos y para los estudiantes que ingresan a las lógicas académicas; en esta línea emerge el curso de formación el cual además de presentar los componentes de la guía, pretende acercar a los participantes a reconocer la trascendencia de la misma dentro de las dinámicas educativas del Curso de Economía I de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao.

3. CONOCIMIENTOS PREVIOS PARA LA ASIGNATURA

- Experticia en matemática básica a nivel secundario.
- Normas de redacción y ortografía
- Dominio básico de ofimática.
- Citación de acuerdo con normas APA

4. COMPETENCIAS

1. Competencia General

Identifica y analiza el impacto de un cambio en las variables sobre la demanda y oferta, así como en el equilibrio de mercado, utilizando los modelos microeconómicos de demanda y oferta, reconociendo su importancia en la comprensión del comportamiento individual de los agentes económicos.

2. Competencias específicas

- Comprende la interrelación de las variables que afectan el comportamiento de los consumidores y productores para el lograr el equilibrio en los mercados.
- Comprende el comportamiento de los agentes en las diferentes estructuras de mercado y cómo se logra el equilibrio en cada una de ellas.
- Analiza el impacto de las transacciones económicas internacionales en los mercados competitivos.

5. UNIDADES DE DESARROLLO

La Guía académica se ha organizado en 4 unidades como se muestra a continuación:

UNIDAD 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORIA ECONÓMICA

UNIDAD 2. TEORIA MICROECONOMICA

UNIDAD 3. TEORIA MACROECONOMICA

UNIDAD 4. POLITICA ECONOMICA

6. DESARROLLO POR UNIDADES DE APRENDIZAJE

UNIDAD 1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA ECONOMICA

1.1. Introducción

Lo primero que podríamos preguntarnos es ¿cuál es la razón por la que usted está leyendo esta guía? Y como es un texto de Economía, tendríamos que asociarla a otra pregunta ¿por qué es importante aprender esta ciencia? Aunque las respuestas a estas preguntas se encuentran en esta primera unidad, podemos adelantar algunas ideas.

El mundo en el que vivimos se rige por leyes económicas. Desde que nacemos, nos encontramos en una economía; el hospital o el aeropuerto se administran mediante reglas económicas. Asistimos a la escuela, institutos, universidades u otros centros de estudio, principalmente, por cuestiones económicas. Siendo profesionales, cuando ofrecemos nuestro trabajo en el mercado laboral, nos encontramos con que este se rige por reglas económicas, inclusive se puede declarar la guerra o la paz por intereses económicos. Es decir que, si gran parte de lo que nos rodea responde a leyes y mecanismos económicos, es mejor conocerlos que ignorarlos.

En esta unidad, desarrollaremos diferentes temas que nos permitirán comprender el concepto de Economía, las razones de su existencia como ciencia y su campo de aplicación en la solución de diversos problemas.

1.2. Definición de la economía

En Ciencias Sociales una teoría puede ampliar o complementar a otra sin necesidad de sustituirla y como resultado ambas continúan siendo aplicadas. En conclusión, en la economía existen varias teorías, enfoques o escuelas con su propia manera de explicarla.

Entre esas escuelas tenemos a la escuela clásica, marxista, neoclásica, keynesiana y monetarista, entre las más importantes.

Por lo que, la economía se define como la ciencia encargada del estudio de la actividad económica para determinar la forma en que la sociedad resuelve el problema económico.



La economía es ciencia porque posee un objeto de estudio, tiene un método propio para sus investigaciones y sus conocimientos son suficientes para explicar el objeto de estudio. Por otro lado, el problema económico es el resultado de relacionar un conglomerado de recursos con el conjunto de necesidades que posee una sociedad.

Cuando se afirma que la economía es una ciencia, es porque cumple, a menos los siguientes requisitos:

- Posee un objeto particular de estudio
- Tiene un método propio para sus investigaciones
- Sus conocimientos son suficientes para explicar completamente el objeto de estudio

Es decir, el problema económico es el resultado de confrontar o relacionar el conjunto de recursos con el conjunto de necesidades que tienen un país. Esto porque aunque los recursos pueden utilizarse de diferentes formas (tienen usos alternativos), son muy pocos (escasos), en comparación con las necesidades.

1.3. Objeto de la economía

Se ha mencionado que para ser ciencia, la economía debe tener un objeto o campo de estudio. La economía tiene como objeto de estudio la actividad económica. La actividad económica es un conjunto de procesos que involucran la generación de nuevos bienes y servicios (proceso de producción), la utilización de la renta percibida por las personas (proceso de gasto), y el incremento de la riqueza de un país (proceso de acumulación). Además, los países interactúan entre sí, por ello también se deben considerar las actividades con el exterior.

Los economistas clásicos consideraron tres principios a saber:

- a) **Principio de escasez:** Tomar en cuenta que los recursos económicos son escasos, insuficientes para satisfacer las necesidades de un país. Este es un principio fundamental para los economistas de cualquier tiempo. Sin embargo, los recursos económicos tienen dos características: son escasos y de usos alternativos.
- b) **Principio de racionalidad económica:** La conducta de los hombres en el campo económico es racional porque trata de hacer el mejor uso o aprovechamiento de los recursos con que cuenta. Entonces se considera que se cumple dos roles: Se es productor o consumidor.
- c) **Principio del mercado:** El mejor asignador de los recursos económicos es el mercado. En otras palabras, el libre juego de la oferta y la demanda será la mejor condición para que productores y compradores lleven a cabo sus transacciones económicas.

1.4. Modelos económicos

Los modelos económicos son las formas que tienen los economistas para representar la realidad sobre la cual quieren investigar.

Los modelos remplazarán a los laboratorios donde se realizan experimentos para probar alguna nueva medicina. En esos laboratorios simulan lo que pasa en la realidad, por eso es muy importante que reflejen la realidad lo más fidedigna posible.

Existen varias formas de expresar un modelo como se muestra a continuación:

- a) **Forma enunciativa:** el modelo se expresa a través de un enunciado que corresponde a una teoría, una ley científica o una hipótesis.

Por ejemplo: *“La oferta representa cuánto puede ofrecer el mercado. La cantidad suministrada de un determinado bien, es aquella que los productores están dispuestos a suministrar cuando reciben un determinado precio. La correlación entre el precio y la cantidad de un bien o servicio que se suministra al mercado se conoce como la relación de oferta. El precio, por lo tanto, es un reflejo de la oferta y la demanda.”*

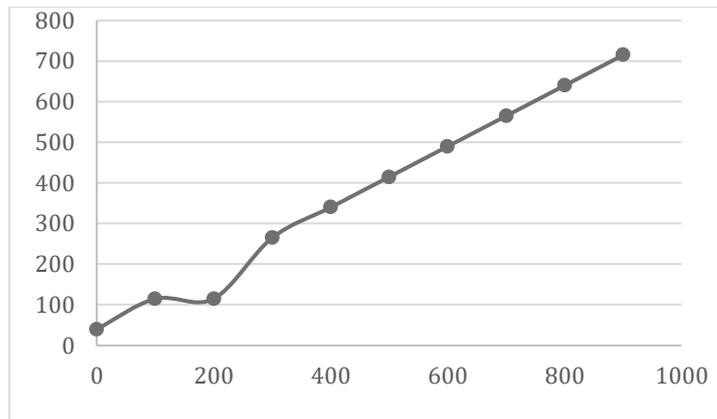
- b) **Forma tabular:** El modelo se expresa a través de una tabla en la cual se relacionan las variables del modelo correspondiente.

Por ejemplo:

Ingreso	Consumo
0	40
100	115
200	115
300	265
400	340
500	415
600	490
700	565
800	640
900	715

- c) **Forma geométrica:** El modelo se expresa a través figuras geométricas que relacionan, a través de una línea, la conexión que se pretende establecer entre las variables.

Por ejemplo:



d) Forma matemática: El modelo se expresa a través de ecuaciones, igualdades o identidades que se representan las afirmaciones que componen la teoría, ley o hipótesis.

Por ejemplo: La ley psicológica fundamental de Keynes, se representa bajo la siguiente ecuación:

$$C = f(Y)$$

Donde: C es el consumo agregado nacional e

Y es el ingreso nacional disponible

1.5. Problemas económicos centrales

Los problemas económicos centrales o básicos son comunes a todas las sociedades en todo tiempo y lugar.

Samuelson consideraba que existen 3 problemas centrales: el problema de la organización económica, el problema de la población y el problema de posibilidades de producción abierta en una economía. Este economista y otros autores han ido descartando el problema de la población ya que la demografía se ha convertido en un campo propio de los estudios de la población.

Los problemas de organización económica enfrenta tres problemas que resolver :

- ¿Qué y cuánto producir?
- ¿Cómo producir?
- ¿Para quién producir?

El problema de posibilidades de producción se ha elaborado una herramienta teórica llamada curva de transformación. Para construirla se plantearán los siguientes supuestos:

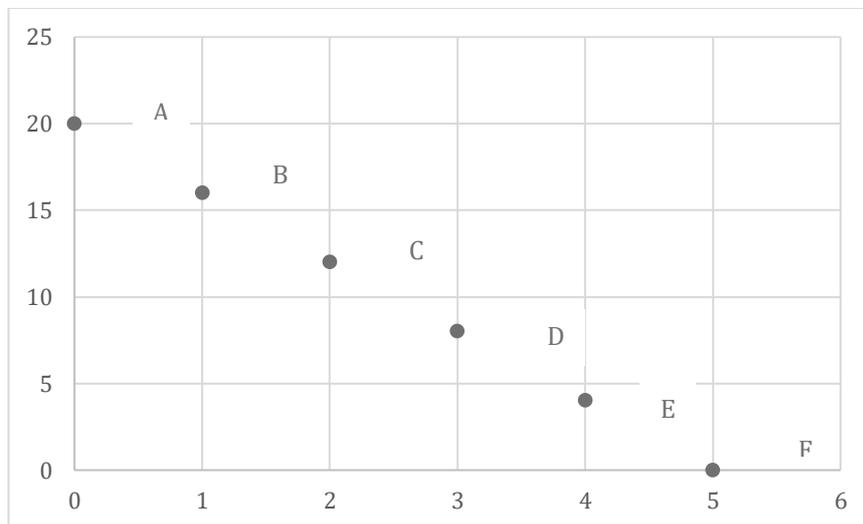
- Solo se producen dos bienes: X, Y; en cantidades x, y, respectivamente
- Los recursos económicos, incluyendo la tecnología, están dados
- Se produce con eficiencia y pleno empleo
- La población es fija

Teniendo en cuenta dichos supuestos se elaboró la siguiente tabla, que muestra un conjunto de posibilidades de producción.

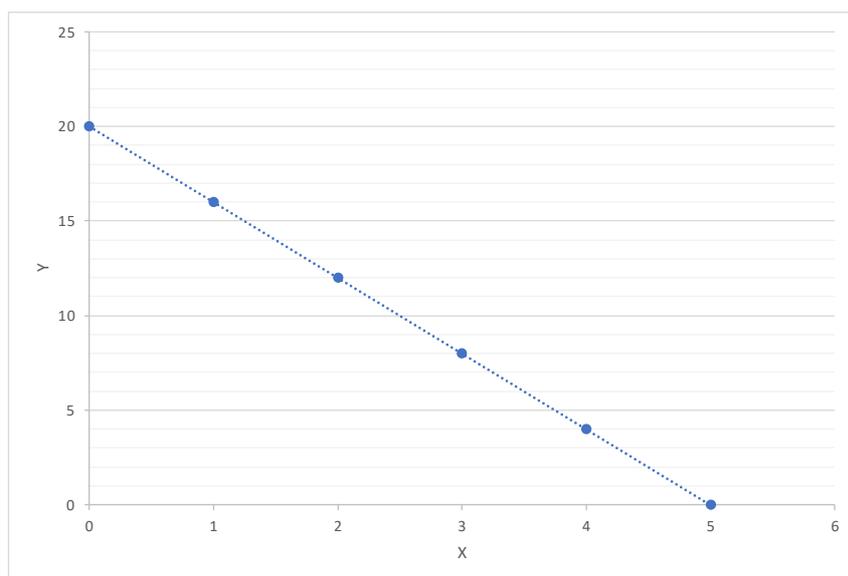
Posibilidades	X	Y
A	0	20
B	1	16
C	2	12
D	3	8
E	4	4
F	5	0

Cada fila de la tabla representa una estructura productiva del país y da cuenta del máximo que se puede producir con los recursos dados, si se hace con eficiencia y pleno empleo. También se aprecia que si no se produce nada de X, se produce 20 unidades de Y, en el otro extremo, si no se produce nada de Y, se produce 5 unidades de X. Igualmente se aprecia que cuando se incrementa la producción de X en una unidad se tiene que reducir la de Y en 4 unidades. Dicho de otro modo, los costos de X en términos de Y son constantes.

A continuación, se puede apreciar los puntos de la tabla anterior en forma geométrica, como se ve en la siguiente figura



Si se unen los puntos A, B, C, D, E, y F con segmentos de recta, se tendrá una curva de transformación si los valores de las variables fueran continuos. El resultado se puede observar en la siguiente figura.



Una curva de transformación es un conjunto de puntos, cada uno de los cuales representa una combinación particular de la producción de X y de Y, que se puede obtener trabajando con eficiencia y pleno empleo.

Aquí entra otro concepto denominado la Tasa marginal de sustitución técnica (TMST) de Y por X, la cual indica las unidades de la producción de Y que se deben reducir cada vez que aumenta la producción de X en una unidad, como se muestra en la tabla

Posibilidades	x	y	m	TMST _{yx}
A	0	20		
B	1	16	-4	4
C	2	12	-4	4
D	3	8	-4	4
E	4	4	-4	4
F	5	0	-4	4

En esta tabla se calcula primero la pendiente (m) entre dos puntos A y B, constatando que todos los valores de m son iguales y de pendiente negativa. Luego se encuentra la TMST_{yx} que es la negativa de la pendiente. Una TMST_{yx} constante genera una curva de transformación de costos constantes.

1.6. Bienes según la relación entre ellos

Los bienes también pueden clasificarse como sustitutos y complementarios.

a) Bienes sustitutos

Son aquellos bienes que, siendo diferentes, satisfacen la misma necesidad, por ejemplo, pan y galletas, viajar en taxi o en colectivo, zapatos y zapatillas, etc.

b) Bienes complementarios

Estos bienes, a diferencia de los sustitutos, deben usarse conjuntamente para satisfacer una necesidad, por ejemplo, el automóvil y la gasolina, el plumón y la pizarra, etc.

La importancia de estas clasificaciones puede apreciarse en el comportamiento de los diferentes agentes económicos. Comencemos con las familias. ¿Cómo reaccionan cuando sube el precio de un producto? Por ejemplo, si sube el precio de la gaseosa Coca Cola, los consumidores reaccionan comprando más Pepsi Cola.



En el caso de las empresas, utilizan la relación entre bienes complementarios para incrementar sus utilidades. Imagine que va al cine con su familia a ver una película de estreno. Una vez dentro del cine hay un producto que es infaltable. ¿Cuál será?

Así es, se trata de la canchita (llamadas así en nuestro país), pochoclo (en Argentina), palomitas (México) o pop corn (Estados Unidos). Pero analicemos el precio de este producto en el cine. ¿Será bajo y se relaciona con su costo de producción? En muchos cines el balde familiar se vende alrededor de S/.20. En realidad, es un tamaño bastante grande que difícilmente uno llega a terminar. Pero, si nos ponemos a calcular el costo de producir ese balde de canchita es realmente bajo.



Si duda, diríjase a la tienda y compre S/.20 de maíz para preparar en casa, y compare con la cantidad que le dan en el cine.

Respecto a los costos, debemos considerar además que, con el balde, el cine vende publicidad, reduciendo aún más el presupuesto en el producto. Como vemos, el margen de ganancias en ese producto, es realmente muy alto y poco frecuente. Nos preguntamos entonces ¿cómo pueden tener una ganancia tan elevada? La respuesta está en nuestra clasificación. Resulta que la canchita es el complementario perfecto para el cine. Por esta razón, una vez dentro pagamos lo que sea por el producto.

Otro ejemplo de bienes complementarios lo encontramos en el hardware y el software. Como sabemos, el hardware (la parte física del computador), sin el software (lógica del computador empezando por un sistema operativo) es totalmente inservible. Justamente, Bill Gates aprovechó esta complementariedad cuando les vendió la licencia de uso de uno de sus sistemas operativos a IBM, quienes aceptaron la compra de la licencia, convencidos de que el negocio no estaba en el software, sino en el hardware. El tiempo les mostró su gran equivocación y llevó a Gates a convertirse en el hombre más rico del mundo (actualmente ha retomado esta posición: su riqueza asciende a 81,600 millones de dólares).

Estos ejemplos nos muestran que el beneficio que pueden obtener las empresas, no necesariamente se encuentra en mercados o productos existentes, sino en complementarios que se ajusten perfectamente. De ahí la importancia de las clasificaciones que acabamos de estudiar.

1.7. Clasificación de los recursos o factores productivos

En cuanto a los recursos, estos pueden clasificarse de acuerdo con su naturaleza en mano de obra, recursos naturales, capital e iniciativa empresaria

Recurso	Descripción	Retribución
MANO DE OBRA 	Comprende a los trabajadores o fuerza laboral de la economía, denominada población económicamente activa (PEA).	Sueldos y salarios
RECURSOS NATURALES 	También denominada como tierra, incluyen los diferentes recursos de la naturaleza como los bosques, los minerales y otros.	Renta o alquiler
CAPITAL 	El capital comprende el trabajo acumulado representado en bienes que permiten una mayor producción. Podemos mencionar dentro de esta categoría a vehículos, maquinarias, edificios, puentes, herramientas, entre otros.	Intereses

**INICIATIVA
EMPRESARIAL**



Es el factor productivo que se encarga de organizar los recursos anteriores. Formada por los empresarios, quienes se encargan de tomar decisiones, asumir riesgos y conducir a las empresas.

Utilidades

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Carlos y Santiago deben viajar a la ciudad de Niteroi, a donde es posible llegar con avión, tren o bus. Las tarifas y la duración en cada caso se presentan en la siguiente tabla.



Medio de transporte	Costo	Duración
Avión	\$ 180	3 hs
Tren	\$ 50	10 hs
Bus	\$ 70	8 hs

A

Sabiendo que Carlos trabaja en construcción y gana en dicha actividad \$30 por hora. Determine el costo económico de cada alternativa, especificando la que debería elegir.

Medio de transporte	Costo total
Avión	
Tren	
Bus	

Elección:



B

Mientras que Santiago trabaja como cobrador en una empresa de transporte y recibe en promedio \$5 por hora. Determine el costo económico de cada alternativa, especificando la que debería elegir.

Medio de transporte	Costo total
Avión	
Tren	
Bus	

Elección:



ECONOLETRAS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	M	H	X	A	D	X	U	Y	W	I	P	R	E	M	J	G	G	N	Q	U
2	Y	P	D	D	R	E	N	O	V	A	B	L	E	S	I	E	A	U	N	D
3	G	I	O	A	T	K	C	Y	M	M	I	I	W	R	F	S	V	A	W	A
4	D	K	M	M	V	M	A	C	R	O	E	C	O	N	O	M	I	A	X	D
5	U	X	B	S	F	S	F	Y	L	S	N	L	A	J	O	A	T	K	J	I
6	M	K	C	M	T	G	G	B	C	H	Q	V	H	J	M	J	P	R	U	N
7	N	Q	R	I	V	S	L	T	N	O	I	C	C	E	L	E	I	L	H	U
8	X	N	C	T	D	Y	W	W	T	O	Y	I	D	X	T	R	E	D	T	
9	L	W	F	H	B	V	T	B	A	G	T	T	E	V	J	D	C	R	B	R
10	N	U	I	H	S	F	J	M	C	S	D	J	Q	J	V	B	S	D	H	O
11	U	G	D	O	A	W	R	V	X	B	D	H	F	U	X	U	E	C	P	P
12	A	S	T	N	M	O	A	V	E	H	N	H	U	B	W	L	D	Q	W	O
13	K	E	E	V	N	A	I	M	O	N	O	C	E	O	R	C	I	M	H	E
14	R	A	X	R	C	E	N	T	R	A	L	I	Z	A	D	A	D	H	B	D
15	L	X	W	Y	E	A	D	E	J	B	O	H	M	I	C	P	U	P	G	O
16	E	S	O	T	U	T	I	T	S	U	S	J	K	Y	E	M	M	I	R	T
17	R	E	A	U	E	F	N	Y	B	A	T	C	F	H	L	P	I	K	P	S
18	D	M	L	H	K	I	Q	I	B	W	F	X	P	A	V	P	N	X	E	O
19	C	T	O	O	Y	G	L	V	U	G	V	C	K	C	W	R	X	X	T	C
20	Q	E	S	L	I	L	C	I	U	E	K	Q	G	P	B	K	L	K	F	A

- A. Tipo de sistema económico, en el que intervienen los mercados y el Estado.
- B. Considerado padre fundador de la Economía.
- C. Estudio de la economía a nivel individual.
- D. Bienes que pueden satisfacer la misma necesidad.
- E. Recursos que se pueden mantener en el tiempo.

- F. Consecuencia del problema de la escasez.
- G. Estudio de la economía a nivel agregado.
- H. Tipo de sistema económico, el cual el Estado toma todas las decisiones.
- I. Diferencia entre beneficio contable y económico.
- J. Retribución del capital.

UNIDAD 2. TEORÍA MICROECONÓMICA

2.1 Teoría del consumidor

a) Teoría de la utilidad

La teoría de la utilidad trata de explicar el comportamiento del consumidor. Desde esta perspectiva se dice que la utilidad es la aptitud de un bien para satisfacer las necesidades. Así un bien es más útil en la medida que satisfaga mejor una necesidad. Esta utilidad es cualitativa (las cualidades reales o aparentes de los bienes), es espacial (el objeto debe encontrarse al alcance del individuo) y temporal (se refiere al momento en que se satisface la necesidad).

Esta teoría parte de varios supuestos:

- El ingreso del consumidor por unidad de tiempo es limitado.
- Las características del bien determinan su utilidad y por tanto afectan las decisiones del consumidor.
- El consumidor busca maximizar su satisfacción total (utilidad total), y por tanto gasta todo su ingreso.
- El consumidor posee información perfecta, es decir, conoce los bienes (sus características y precios).
- El consumidor es racional, esto quiere decir que busca lograr sus objetivos, en este caso trata de alcanzar la mayor satisfacción posible. Esto quiere decir que el consumidor es capaz de determinar sus preferencias y ser consistente en relación con sus preferencias. Así, si el consumidor prefiere el bien A sobre el bien B y prefiere el bien B sobre el bien C, entonces preferirá el bien A sobre el bien C (transitividad).

La teoría económica del comportamiento del consumidor se topa con un problema importante (llamado el problema central de la teoría del consumidor), el cual es la imposibilidad de cuantificar el grado de satisfacción o utilidad que el consumidor obtiene de los bienes. No existe una unidad de medida objetiva de la satisfacción. Este problema se ha enfrentado a través de dos enfoques distintos:

- Enfoque cardinal: Supone que si es posible medir la utilidad, o sea que si se dispone de una unidad de medida de la satisfacción.
- Enfoque ordinal: En este enfoque el consumidor no mide la utilidad, sólo establece combinaciones de bienes que prefiere o le son indiferentes con respecto a otras combinaciones de bienes.

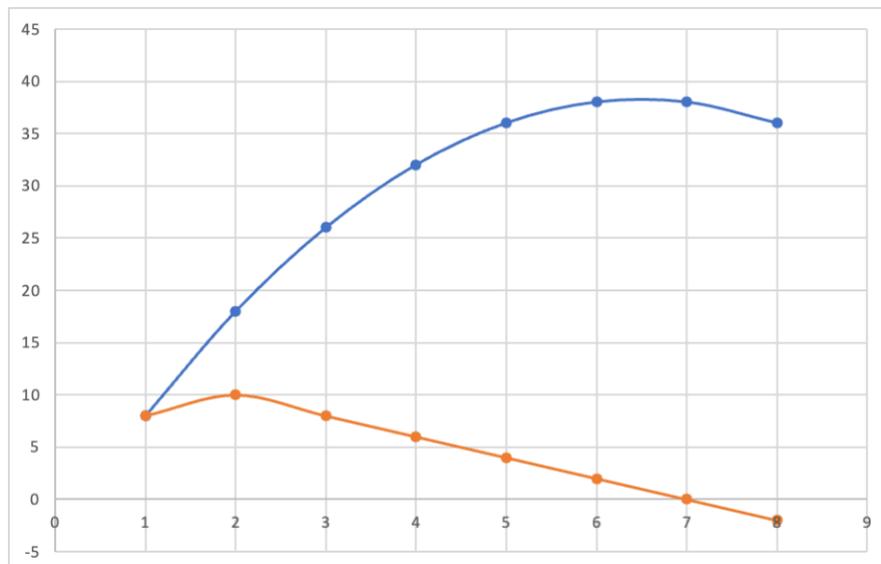
Enfoque cardinal:

A partir de los supuestos y conceptos mencionados se definen dos conceptos de utilidad o satisfacción:

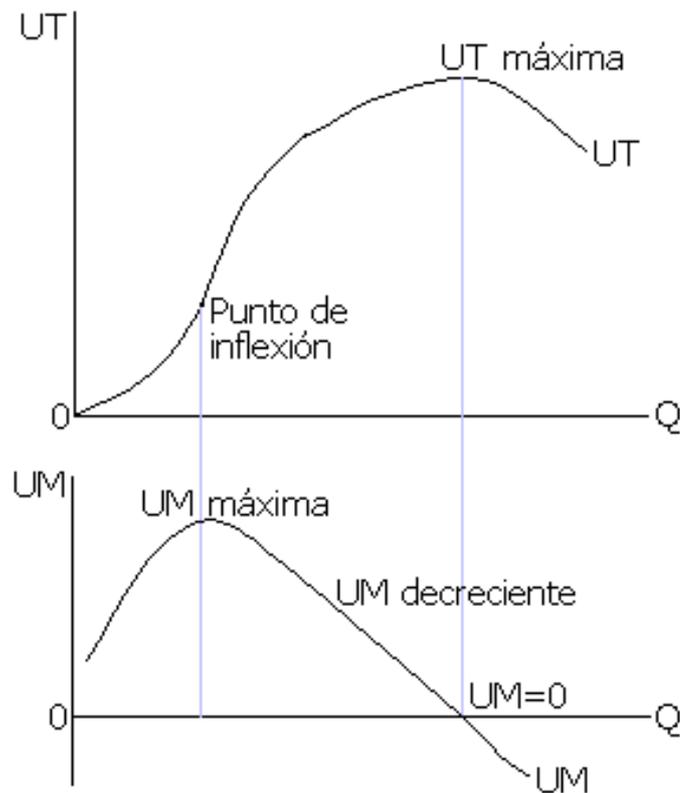
- **Utilidad Total:** es la satisfacción total de consumir una cierta cantidad de un bien.
- **Utilidad Marginal:** es la satisfacción extra de una unidad de consumo adicional.

Ejemplo: Suponga que un consumidor percibe los siguientes niveles de utilidad total y marginal por el consumo de chocolates:

Q	UT	UM
0	0	-
1	8	8
2	18	10
3	26	8
4	32	6
5	36	4
6	38	2
7	38	0
8	36	-2



En los datos anteriores se observa que se satisface la LEY DE LA UTILIDAD MARGINAL DECRECIENTE, es decir, la satisfacción adicional del consumidor disminuye a medida que se consume una mayor cantidad del bien. Observe que hay un punto de inflexión, a partir del cual la utilidad marginal (UM) se vuelve decreciente:



¿Cuánto debe comprar el consumidor para alcanzar su punto óptimo (máxima satisfacción)?

Para responder a esa pregunta es necesario más información:

- El ingreso del consumidor.
- La utilidad que obtiene por los demás bienes alternativos.

Supóngase que el consumidor puede comprar dos bienes A y B. Entonces deben cumplirse dos condiciones para maximizar la satisfacción total:

1. El consumidor gasta todo su ingreso: restricción presupuestaria:

$$I = P_a \cdot Q_a + P_b \cdot Q_b$$

2. El consumidor maximiza su utilidad total: condición de equimarginalidad:

$$\frac{UM_a}{P_a} = \frac{UM_b}{P_b}$$

Ejemplo: Un consumidor percibe los siguientes niveles de utilidad total por el consumo de los bienes A y B por unidad de tiempo:

Q	UTa	UTb
0	0	0
1	16	9
2	30	17
3	42	24

4	52	30
5	60	35
6	66	39

Además se sabe que el precio del bien A es \$2 y el precio de B es \$1. El ingreso del consumidor es \$10.

¿Cuánto debe comprar de cada bien el consumidor con el fin de maximizar su satisfacción total?

Para responder a esta pregunta es necesario calcular la utilidad marginal para cada bien y la utilidad marginal por colón gastado (utilidad marginal entre el precio del bien):

Q	UTa	UTb	UMa	UMb	UMa / Pa	UMb / Pb
0	0	0	-	-	-	-
1	16	9	16	9	8	9
2	30	17	14	8	7	8
3	42	24	12	7	6	7
4	52	30	10	6	5	6
5	60	35	8	5	4	5
6	66	39	6	4	3	4

Con base en esa información el consumidor gasta su ingreso de \$10. Compra primero una unidad de B, ya que le proporciona una utilidad de 9, mayor que la utilidad de la primer unidad de A que es 8. Luego podrá comprar indiferentemente entre la primer unidad de A o la segunda de B, ya que proveen la misma satisfacción. Su ingreso le alcanza para comprar ambas unidades. Hasta aquí lleva gastados \$4, ya que ha comprado dos unidades de B a un precio de \$1 cada una y una unidad de A cuyo precio es \$2. Así continúa gastando todo su ingreso, hasta comprar 3 unidades de A y 4 de B. En este punto gastó todo su ingreso y maximizó su satisfacción. Esto se puede comprobar verificando las dos condiciones mencionadas para maximizar la satisfacción total:

1. El consumidor gasto todo su ingreso: restricción presupuestaria:

$$I = Pa \cdot Qa + Pb \cdot Qb$$

$$\$10 = \$2 \cdot 3 + \$1 \cdot 4$$

$$\$10 = \$6 + \$4$$

$$\$10 = \$10$$

2. El consumidor maximiza su utilidad total: condición de equimarginalidad:

$$\frac{UM_a}{P_a} = \frac{UM_b}{P_b}$$

$$12 / \$2 = 6 / \$1$$

$$6 = 6$$

El consumidor al comprar las 3 unidades de A y las 4 unidades de B ha obtenido una satisfacción total de 72 (42 de A + 30 de B), que es la máxima satisfacción posible dados estos precios y su ingreso.

b) Elasticidad

En los últimos meses se ha sido testigo de aumento acelerado del precio del combustible; sin embargo es evidente que la cantidad demanda ha tenido una variación mucho menor si se compara con el aumento del precio del crudo. Hay productos que a pesar de que se de un aumento muy grande en el precio, la cantidad demanda va a disminuir en forma mínima. Por el contrario, existen bienes y servicios que con un pequeño cambio en el precio, la cantidad demanda difiere en una proporción muy significativa. Es aquí donde se emplea el término elasticidad.

- **Elasticidad precio de la demanda:**

Es el grado de sensibilidad de la cantidad demandada ante una variación en el precio del bien.

Coefficiente de elasticidad precio de la demanda:

Se puede calcular el coeficiente de elasticidad precio de la demanda, el cual muestra la variación relativa o porcentual que se daría en la cantidad demandada ante una variación de un 1% en el precio.

Coefficiente de elasticidad punto:

$$E = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}}$$

Coefficiente de elasticidad promedio o arco:

$$E = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2 + Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}}$$

El coeficiente de elasticidad siempre da negativo, pero para efectos de análisis se emplea su valor absoluto.

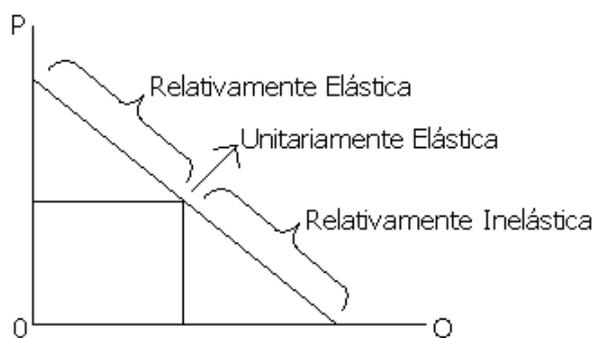
Aunque aquí solo se menciona la elasticidad precio, también es posible calcular la elasticidad ingreso y la elasticidad cruzada, lo cual consiste en un concepto similar, pero no con respecto a las variaciones en el precio del bien, sino con relación a las variaciones en el ingreso y en el precio de bienes relacionados, respectivamente. Para ver información sobre este tema vea elasticidad cruzada, elasticidad ingreso y elasticidad de la oferta.

Tipos de elasticidad precio de la demanda

- **ELÁSTICA:** El coeficiente de elasticidad es mayor que uno.
- **UNITARIAMENTE ELÁSTICA:** El coeficiente de elasticidad es igual a uno.
- **INELÁSTICA:** El coeficiente de elasticidad es menor que uno.

Observe a continuación cómo se dan estos tipos de elasticidad precio de la demanda en diferentes curvas de demanda lineales.

ELASTICIDAD EN CURVAS DE DEMANDA LINEALES: son elásticas en precios arriba del punto medio e inelásticas debajo de él. Si se comparan dos curvas en la misma gráfica, la curva más plana es más elástica para cada nivel de precio.



c) Demanda

Muestra las distintas cantidades de un bien que un consumidor está dispuesto a adquirir, por unidad de tiempo, a los diferentes precios alternativos posibles, *ceteris paribus* (el resto de variables permanecen constantes).

CURVA DE LA DEMANDA: Es una curva que muestra las cantidades de un bien que un consumidor está dispuesto a pagar y puede hacerlo, para comprar a diferentes niveles de precios.

DETERMINANTES DE LA DEMANDA:

1. **Precio del bien:** Al aumentar el precio de un bien disminuye la cantidad demandada y viceversa.
2. **Precio de bienes sustitutos:** Si el precio de un bien Y, un bien sustituto del bien X, aumenta, entonces la demanda del bien X va a aumentar, y si el precio del bien Y (bien

sustituto de X) disminuye, la demanda de X va a disminuir. Por ejemplo, si aumenta el precio de los cassetes de audio, podrá aumentar la demanda de discos compactos.

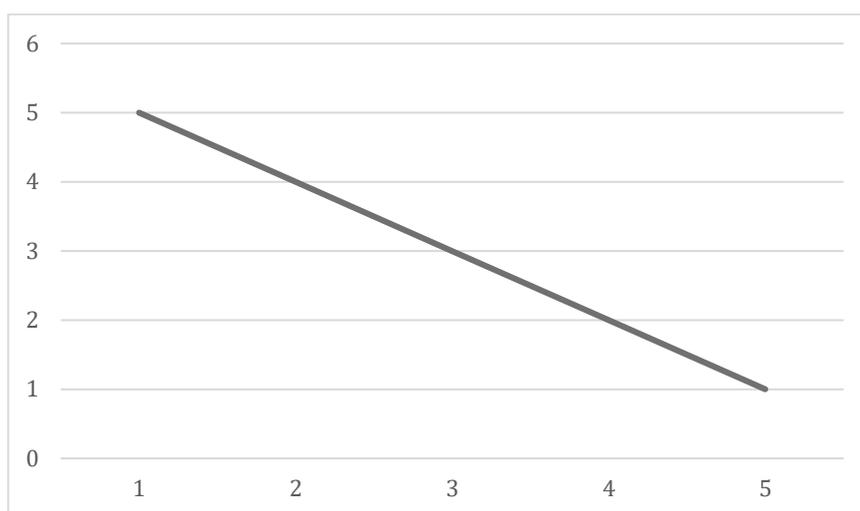
3. **Precio de bienes complementarios:** Si el precio de un bien Y, un bien complementario al bien X, aumenta, entonces la demanda de X va a disminuir y viceversa. Por ejemplo, si aumenta el precio de la gasolina, podría disminuir la demanda de autos que usan gasolina, pues la gente preferirá vehículos que usen combustibles más baratos.
4. **Ingreso de los consumidores:** En los **bienes normales**, al aumentar el ingreso de los consumidores la demanda por un bien va a aumentar y viceversa. Por el contrario en los **bienes inferiores**, al aumentar el ingreso del consumidor, la demanda del bien va a disminuir.
5. **Gustos y preferencias:** al aumentar las preferencias por un bien (ya sea por moda, temporada, etc.) la demanda del mismo va a aumentar.
6. **Población:** Al aumentar la población es de esperar que la demanda por un bien aumente ya que existe mayor número de consumidores con la misma necesidad.
7. **Precios futuros esperados:** Si se espera que el precio de un bien aumente a un cierto plazo, la demanda inmediata de este bien va a aumentar. Por otra parte, si se espera que el precio disminuya en el futuro la demanda va a disminuir ahora, pues la gente pospondrá su decisión de compra hasta que el precio baje.

LEY DE LA DEMANDA: el incremento en el precio (P) causa una disminución en la cantidad demandada (Qd) y viceversa, la disminución del precio elevará la cantidad demandada.

La siguiente tabla ilustra las distintas cantidades por unidad de tiempo que a cada precio un consumidor estaría dispuesto a comprar de un cierto bien X:

Precio	Cantidad demandada (por unidad de tiempo)
5	2
4	4
3	6
2	8
1	10

La figura muestra que conforme el precio baja la cantidad demandada aumenta y viceversa:



2.2 Teoría de la producción y costos

a) Oferta

Los recursos se transforman en bienes para poder satisfacer necesidades. Las empresas, encargadas de esa transformación, son las que ofrecen esos artículos en el mercado.

La oferta, es el otro elemento que conforma los mercados. Comprender su naturaleza y las variables que la afectan será crucial para entender el funcionamiento de los sistemas económicos.

Cuando escuchamos el término “oferta”, pensamos seguramente en una campaña de liquidación o precios bajos; sin embargo, el concepto de oferta es diferente, y encierra otros aspectos que se estudiarán en el presente capítulo, para completar juntamente con la demanda, el modelo de mercado de competencia perfecta.

b) Función de oferta y la ley de la oferta

Inicialmente definiremos a la función de oferta de un bien o servicio como la relación entre la cantidad ofertada (cantidad que los productores están dispuestos a vender) y el precio del mismo.

Entre estas dos variables (cantidad y precio) existe una relación directa, es decir, que si el precio aumenta entonces la cantidad ofertada también lo hará y viceversa. A esto se le conoce como ley de la oferta.

Para comprobar esta ley, analicemos el comportamiento de un empleado en el sector construcción, que inicialmente recibe un pago de S/.20 por hora, y que decide trabajar (ofrecer) 8 horas al día. Suponga a continuación, que le proponen pagarle S/.100 soles por hora ¿trabaja más o menos o horas?

Por supuesto que decidirá aumentar el número de horas ofrecidas, por ejemplo 12 horas.

~~Porque el individuo responde al incentivo de un mayor pago. Además si decide hacer otra~~

actividad el costo de oportunidad será mayor (S/.100 por hora). El comportamiento del empleado puede describirse en la Tabla

P	Qo
20	8
100	12

Como vemos, con el aumento del pago por hora (precio), la cantidad ofertada ha aumentado cumpliéndose la ley de la oferta.

Al igual que en la demanda, la ley de la ofertase verifica únicamente cuando los demás factores permanecen constantes (**ceteris paribus**).

Variable ofactor	Descripción	Relación	Cambio en
 P	Precio	+	La cantidad ofertada
 Tec	Tecnología	+	La oferta
 Nv	Número de vendedores	+	
 Pi	Precio de los insumos	-	
 S	Sueldos	-	
 T	Impuestos	-	

Factores de la oferta

2.3 Determinación de precios

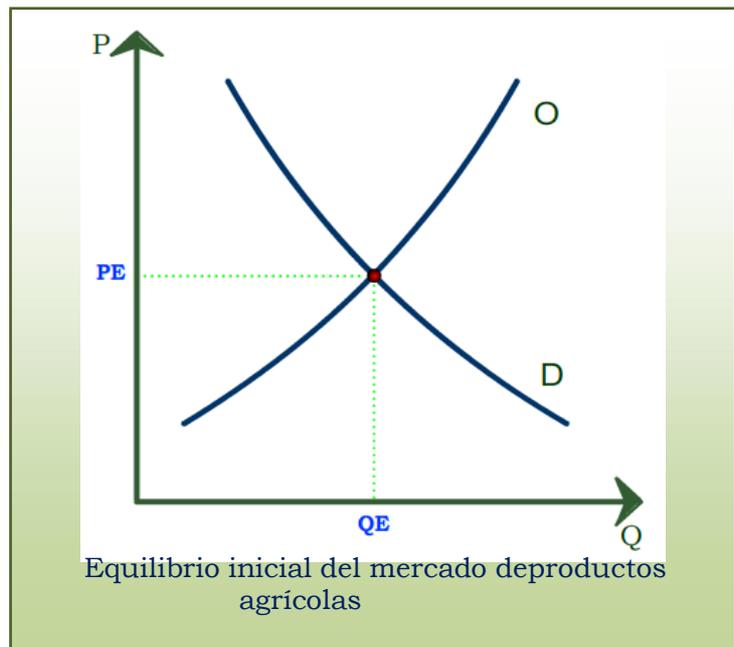
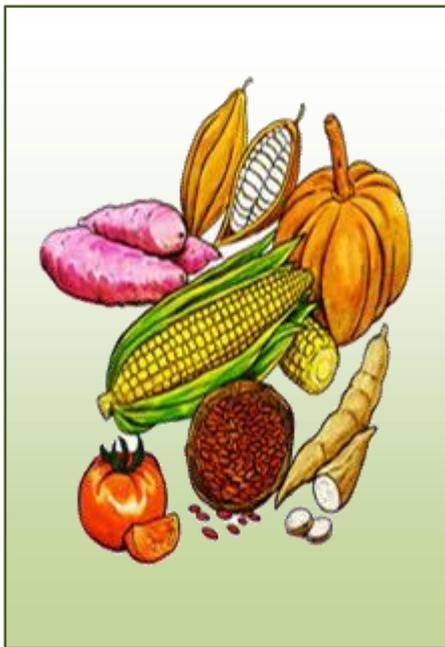
a) ¿Quién fija los precios?

La mayoría de las decisiones económicas se toman en base a los precios. Por ejemplo, cuando estos son elevados incentivan a los productores a reasignar recursos a dicho sector, para aumentar la producción y sus ganancias. Pero, ¿quién fija los precios? Cuando no interviene el gobierno lo fija el mercado; es decir, la interacción de la oferta y la demanda.

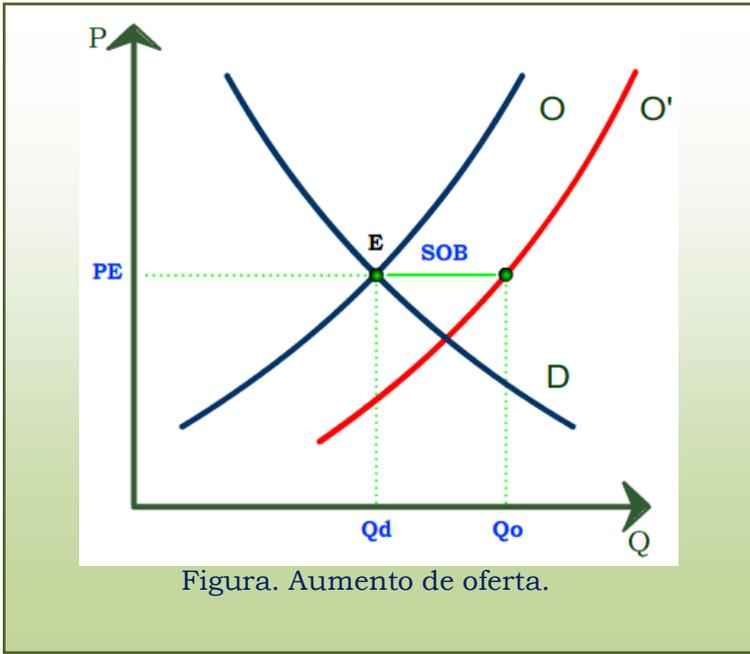
cantidad demandada es diferente a la cantidad ofertada. Cuando ocurre esta situación estamos ante un desequilibrio de mercado, el cual puede ser de dos tipos: sobreproducción o escasez.

b) Sobreproducción

Partamos de una situación inicial de equilibrio en el mercado de productos agrícolas representado en la Figura.

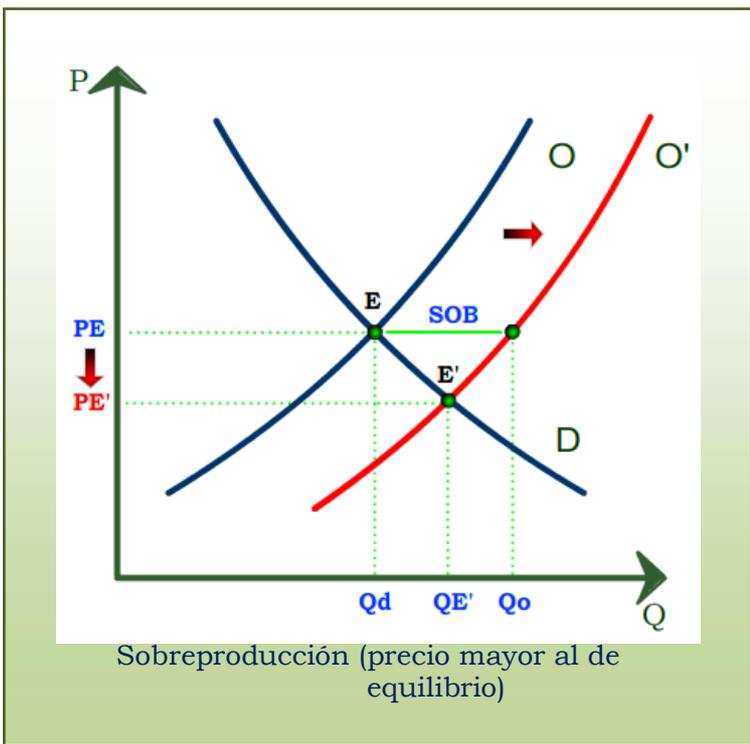


A continuación, consideremos que el clima se torna muy favorable para la producción con abundantes



En esta figura, apreciamos que con el aumento de la oferta, al mismo precio, la cantidad ofertada (Q_o) será mayor a la cantidad demandada (Q_d), es decir, que en el mercado sobrarán productos. A esta situación se la conoce como sobreproducción (SOB) y como vemos es un **exceso de la cantidad ofertada**, por lo tanto se calcula como la diferencia de las cantidades:

$$\text{SOB} = Q_o - Q_d$$



Podemos advertir que el mercado tendrá un nuevo equilibrio con un precio menor, por lo tanto el precio inicial ahora se encuentra por encima del equilibrio, situación característica de una sobreproducción, tal como se aprecia en la Figura .

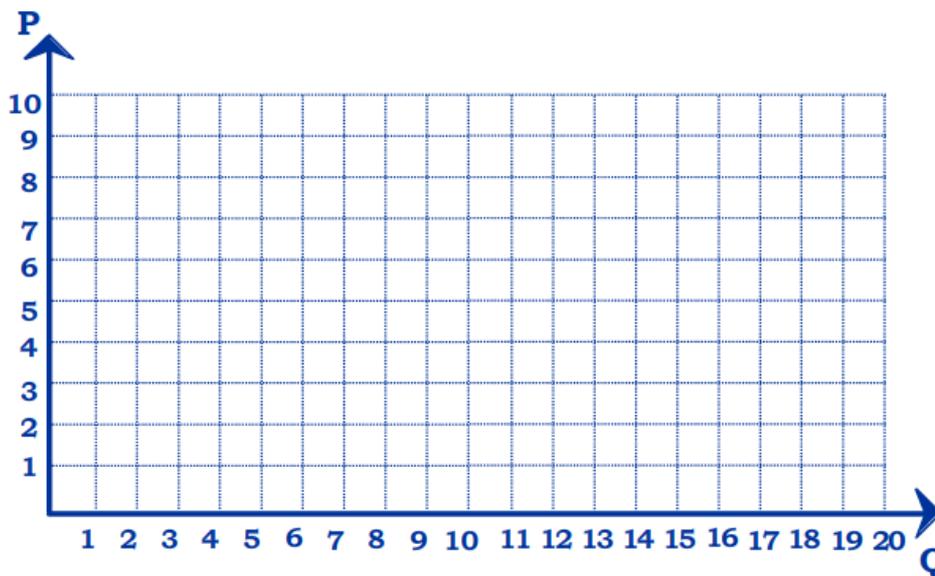
Como en una sobreproducción, sobran productos en el mercado, en este caso, los productores agrícolas se verán obligados a bajar sus precios, restableciéndose el equilibrio con un precio menor, tal como se muestra en la Figura .

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Sea la función de demanda $Q_d = 20 - 2P$.

A Complete la tabla y grafique la función resultante.

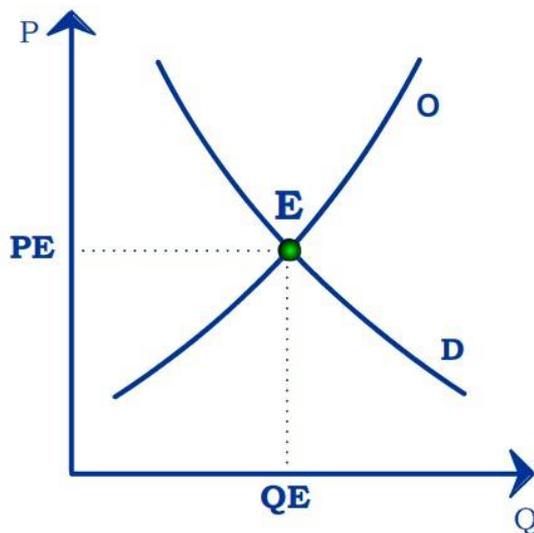
P	Q_d	GTC
2		
4		
	10	
	2	
10		



B El ingreso máximo para el vendedor (GTC) es de S/._____ y puede conseguirse vendiendo el producto a S/._____ (Grafique el GTC).

2. Considerando el mercado de los vehículos ¿Cuál será el efecto de una disminución en el precio de la gasolina?

A Represente gráficamente



B Complete con aumenta (+), disminuye (-) o se mantiene constante (k).

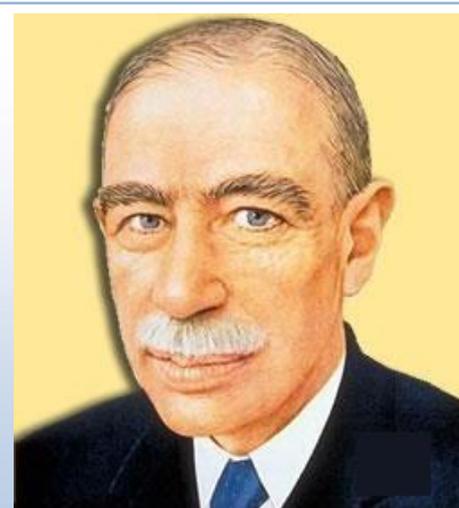
- () Oferta () Precio de los vehículos
() Demanda () Cantidad ofertada de vehículos

C Con el cambio anterior, al precio inicial se presenta en el mercado una (escasez/sobreproducción). Grafique.

UNIDAD 3. TEORIA MACROECONOMICA

Como parte de la ciencia económica, la Macroeconomía estudia indicadores como el producto bruto interno, el desempleo, la pobreza, la distribución del ingreso, la inflación, y otros temas que afectan a la economía en su conjunto; por ello se diferencia de la Microeconomía que estudia a los agentes económicos individualmente. Por ejemplo, cuando analizamos un mercado en particular y determinamos el precio de equilibrio, nos encontramos en el campo de la Microeconomía, mientras que si analizamos la evolución de todos los precios de la economía, nos encontramos dentro del campo de la Macroeconomía.

No podemos dejar de mencionar en esta área de estudio, los aportes tan importantes del economista John Maynard Keynes, con los que se inicia la Macroeconomía moderna.



John Maynard Keynes

3.1 Funcionamiento y medición de la actividad económica

Para comprender el funcionamiento de los mercados de competencia perfecta, debemos entender los fundamentos de sus componentes: la oferta y la demanda, donde gran parte del análisis del presente capítulo y los siguientes, se lo debemos a los significativos aportes del gran economista Alfred Marshall (1842–1924).

Es importante aclarar que en los ejemplos y ejercicios nos tomaremos la licencia de considerar por razones didácticas que los mercados son de competencia perfecta. A continuación, empezaremos estudiando los principios de la demanda de mercado

Inicialmente definiremos a la función de demanda como la relación entre la cantidad demandada de bienes (unidades que se desean comprar) y su precio de venta, en un periodo de tiempo; existiendo normalmente entre estas variables una relación inversa, es decir, que cuando el precio aumenta, la cantidad demandada disminuye, y viceversa. A este hecho se le conoce como la ley de la demanda.

Como ejemplo, podemos mencionar la temporada en la cual la empresa D'Onofrio decidió bajar el precio de todos sus helados a S/.1 (algunos con precios normales de hasta S/.4). El efecto fue sorprendente, el aumento de la cantidad demandada fue tal que los heladeros fueron prácticamente “perseguidos” en las calles (Figura 1). Muchas personas reaccionaron deseosas de aprovechar esa promoción, cumpliéndose así la ley de la demanda.



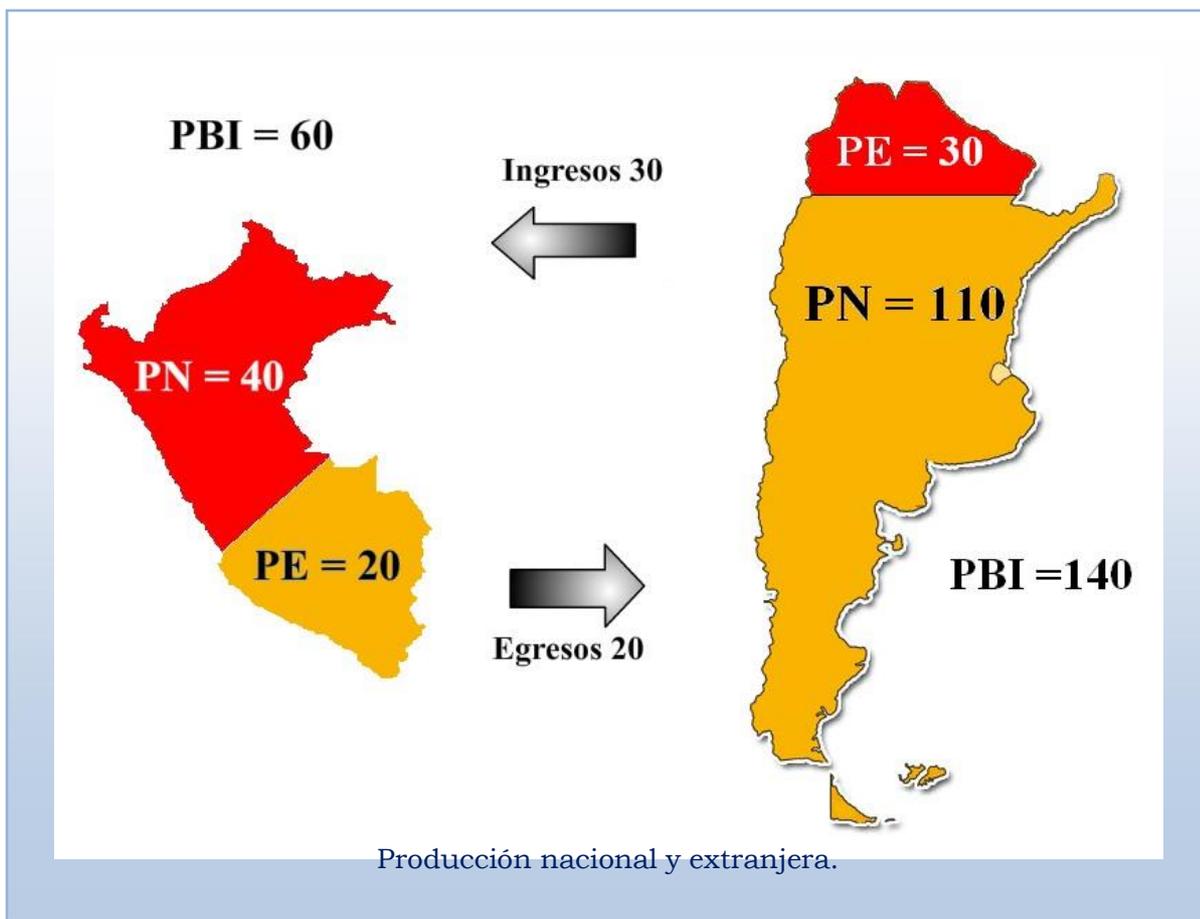
Como gran parte de las necesidades se satisfacen con bienes y servicios, un indicador relativo del bienestar de una sociedad es el valor de todos los bienes producidos en un periodo determinado. Dicho valor representa el PBI.

a) Cálculo del PBI

EL PBI representa el valor de los bienes y servicios producidos, los cuales se valoran a precios de mercado y se suman para obtener el PBI. Como ejemplo, supongamos que en una economía se producen únicamente dos bienes cuyas cantidades, precios y cálculo del valor de la producción se detalla en la Tabla .

b) Producto nacional bruto (PNB)

Consideremos el siguiente ejemplo. Se trata de dos economías relacionadas entre sí, tal como se muestra en la Figura .

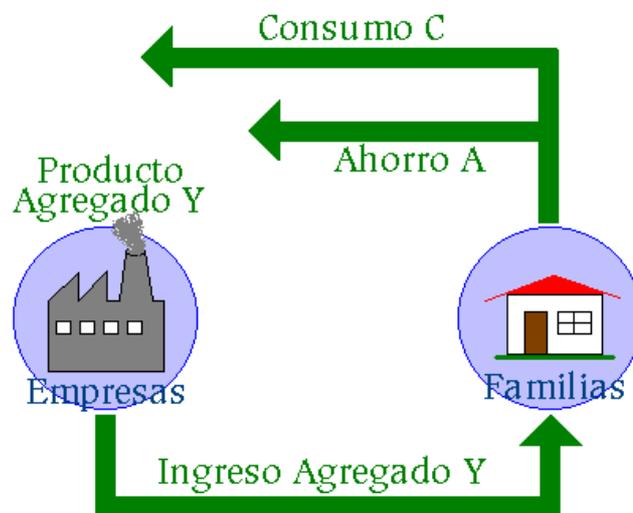


En la figura anterior apreciamos, en primer lugar, el PBI de cada uno de estos países, \$60 para Perú y \$140 para Argentina. Esta producción interna está conformada por producción nacional (PN) y producción extranjera (PE) en el país. Como en el ejemplo solo tenemos dos países, la producción extranjera en Perú es producción de nacionalidad argentina y viceversa. Como vemos, al calcular el PBI solo se tiene en cuenta el lugar y no la nacionalidad. Lo opuesto ocurre con el Producto Nacional Bruto (PNB), que considera la nacionalidad no el lugar. Por esta razón ya no es producción interna sino nacional.

3.2 Modelo de equilibrio de una economía de dos sectores

Se iniciará el estudio de la demanda agregada y el producto agregado empezando por un modelo muy sencillo, y poco a poco se irá ampliando hasta lograr analizar un modelo más real, de modo que así se vaya adquiriendo un progresivo conocimiento del funcionamiento de toda la economía.

En principio se supondrán sólo dos agentes económicos: las familias (unidades consumidoras) y las empresas (unidades productoras). Esto sigue el modelo de flujo circular del ingreso (en su versión más simple).



En cualquier momento existe una equivalencia exacta entre producto agregado (producción) e ingreso agregado. En un periodo dado las familias reciben un cierto ingreso (Y). El ingreso disponible (Y_d) sería igual al ingreso agregado (Y). Suponiendo que no existe gobierno (es decir no hay impuestos, ni gasto del gobierno) y la economía es cerrada (no se exporta ni se importa), entonces una familia sólo tiene dos posibilidades para emplear su ingreso: consumir (C) o ahorrar (A).

a) Consumo

El consumo se refiere a los gastos de consumo final de las familias o unidades consumidoras. Desde el punto de vista macroeconómico no interesa determinar qué tipos de bienes se consumen, ni quiénes exactamente los consumen, sino qué factores determinan el consumo global de la sociedad.

- Determinantes del consumo agregado:

1. El ingreso de las familias: El nivel de ingreso disponible es el principal determinante del consumo de las familias. En general conforme más alto sea el ingreso mayor será el consumo, y viceversa, es decir, a menor ingreso se tenderá a dar un menor consumo.

2. La disponibilidad crediticia: El acceso al crédito puede permitirles a las familias un mayor nivel de consumo. Así una economía puede consumir más si existe un adecuado sistema financiero (compuesto por bancos, financieras, cooperativas de ahorro y crédito, etc.) que proveen crédito suficiente a través de distintos medios: préstamos, tarjetas de crédito, etc.

3. La tasa de interés: Esta puede verse desde dos perspectivas: 1. Si no se dispone de recursos para consumir, la tasa de interés representará el costo de endeudarse, y, 2. Si se poseen recursos suficientes, la tasa de interés representa el premio por ahorrar y no consumir. En cualquiera de los dos casos mientras más alta sea la tasa de interés menor será el estímulo para consumir, y a menores tasas de interés se podrá tener un mayor consumo. Por ejemplo, suponga que usted desea comprar un automóvil nuevo. Si se va a endeudar es más favorable comprar el auto (o sea consumir) si las tasas de interés son bajas (se observa que una baja tasa de interés alienta el consumo). También, si usted tuviera el dinero pero la tasa de interés fuera alta podría ser que prefiera ahorrar el dinero, y no gastarlo, atraído por las altas ganancias que obtendría (una alta tasa de interés no estimula un mayor consumo).

4. Las expectativas sobre precios e ingresos futuros. Las decisiones de consumo presentes se pueden afectar por las expectativas que se tengan sobre la evolución de los precios y el ingreso en algún futuro.

- Función de consumo

La función de consumo expresa la relación entre el ingreso y el consumo. La función que aquí se analizará supone al ingreso como único determinante del consumo. Además se realizan las siguientes consideraciones:

- La relación entre el ingreso y el consumo es directa, es decir que si aumenta el ingreso el consumo también aumentará.

Cualquier aumento en el consumo será menor que su respectivo aumento en el ingreso. Así si el ingreso aumenta en ₡1.00, el consumo tendrá que aumentar en algún monto inferior a ₡1.00 (por ejemplo podría ser que aumente en ₡0.80, y los restantes ₡0.20 se ahorrarán). A esta fracción de un colón de ingreso adicional en que aumenta el consumo se le llama Propensión Marginal a Consumir (b) y se supone que es constante.

En el corto plazo es posible que el consumo sea mayor que el ingreso, lo que es posible si se gastan los ahorros de periodos anteriores o bien a través del endeudamiento. A largo plazo el gasto de consumo no podrá superar el monto del ingreso.

La función consumo se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$C = f(Y_d)$$

$$C = a + bY_d$$

donde:

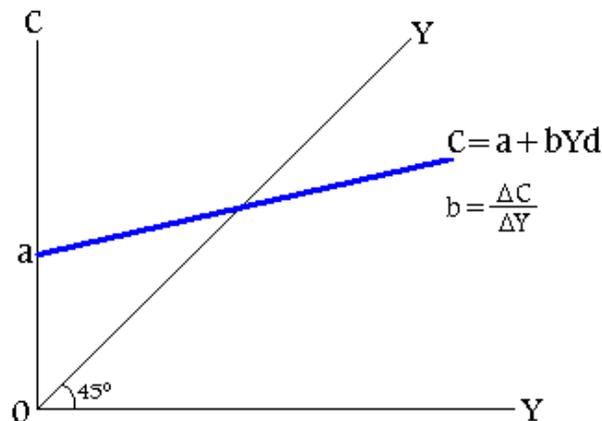
C = Consumo privado.

a = Consumo autónomo: Nivel de consumo que no depende del nivel de ingreso, sino que está determinado por otros factores (tasas de interés, disponibilidad crediticia, etc.). Representa la intersección con el eje vertical de la función de consumo.

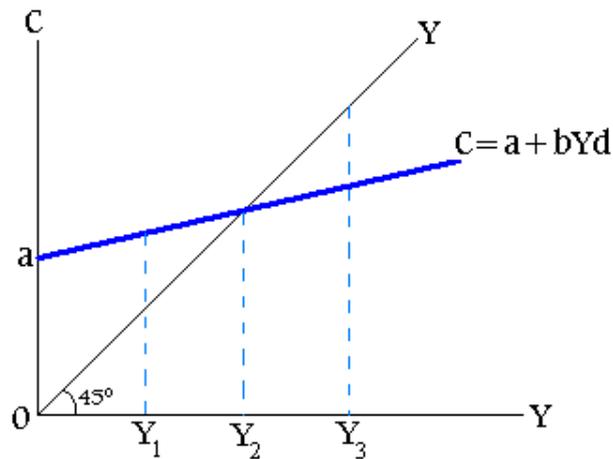
b = Propensión Marginal a Consumir: Es la proporción de un colón de ingreso adicional que se destina al consumo. Siempre será un número entre cero y uno. Representa la pendiente de la función de consumo (lo que varía el consumo ante una variación en el ingreso)

Yd = Nivel de ingreso disponible (en este caso Yd = Y).

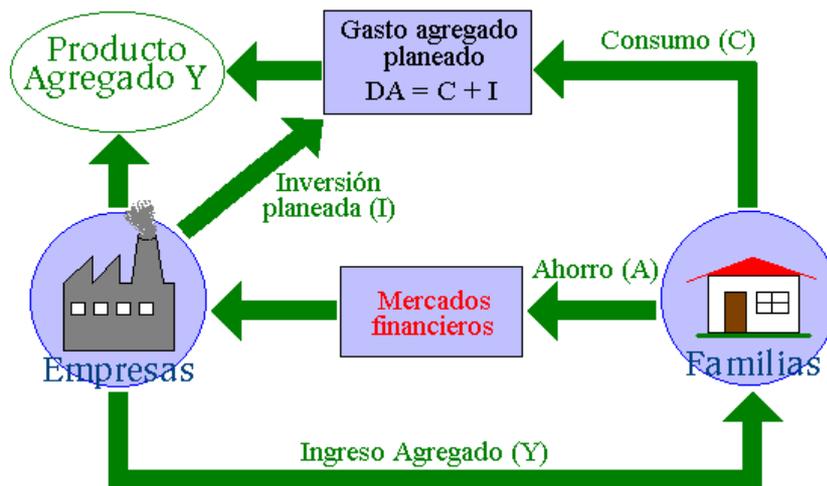
A continuación se muestra la gráfica que representa a la función consumo, descrita anteriormente como una función lineal que interseca al eje vertical en "a" (consumo autónomo) y con pendiente "b" (propensión marginal a consumir). La función consumo es la recta azul señalada como "C=a+bYd", mientras que la recta Y es una línea de referencia que forma un ángulo de 45° con los ejes, y sirve para realizar comparaciones entre el nivel de consumo (en este caso) y el nivel de ingreso.



En esta función se puede observar que cuando el nivel de ingreso es bajo, como en Y1 en la gráfica de abajo, entonces el consumo será mayor que el ingreso y por tanto el ahorro será negativo (desahorro). Si el nivel de ingreso es más alto, como en Y2, entonces el ahorro será cero, pero si el ingreso es más elevado que en Y2, por ejemplo en Y3, entonces podrá existir un ahorro (positivo) para la sociedad.

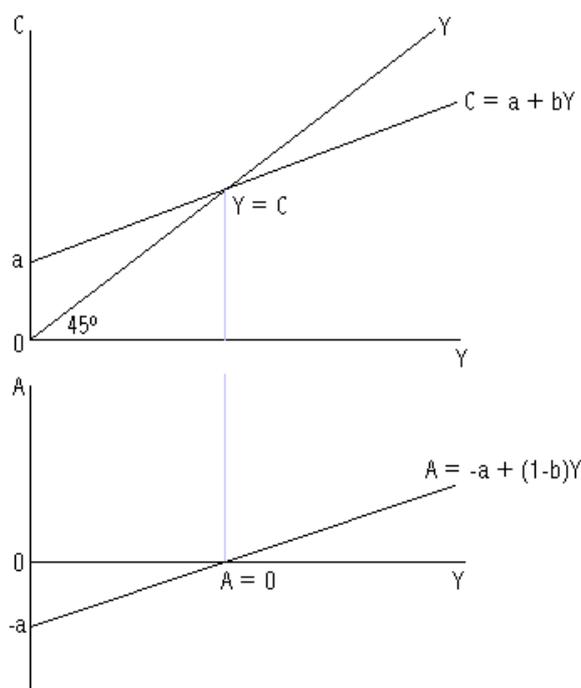


Hasta ahora el modelo contiene dos únicos agentes económicos: familias y empresas, y por tanto la demanda agregada está constituida por dos componentes: el consumo y la inversión, los cuales determinan el nivel de producto e ingreso agregados. El siguiente diagrama muestra la forma en que se combinan estos elementos para determinar el nivel de ingreso agregado (Y) de la economía.



Anteriormente se mencionó que:

El consumo es una función del ingreso de la forma $C = a + bY_d$, y que el ahorro se deriva de la expresión anterior obteniéndose la función $A = -a + (1-b)Y_d$, cuyas gráficas se muestran a continuación:



Se tiene entonces un modelo que se puede plantear del modo siguiente:

$C = a + bY_d$ (función consumo), donde $Y_d = Y$

$I = I_0$ (función inversión)

Donde la condición de equilibrio puede establecerse de dos formas:

(1) $Y = C + I$ (ingreso agregado = gasto agregado)

(2) $A = I$ (ahorro = inversión planeada)

3.3 Modelo de equilibrio de una economía de tres sectores

a) El gobierno y la política fiscal: función económica del estado:

Uno de los temas que más controversia generan en economía es el papel del gobierno en la economía. Algunos economistas piensan que su participación resulta desestabilizadora, y hasta dañina, mientras que otros consideran que el gobierno debe cumplir importantes funciones en el atenuamiento de las fluctuaciones de los ciclos económicos.

En este sentido se reconocen dos puntos de vista básicos:

- Punto de vista tradicional: Considera que el estado no debe intervenir en la actividad económica, sino en aquellos casos en los cuales el mercado no resulte ser un mecanismo eficiente. De acuerdo con este enfoque se justifica la participación del estado en los siguientes tres casos:

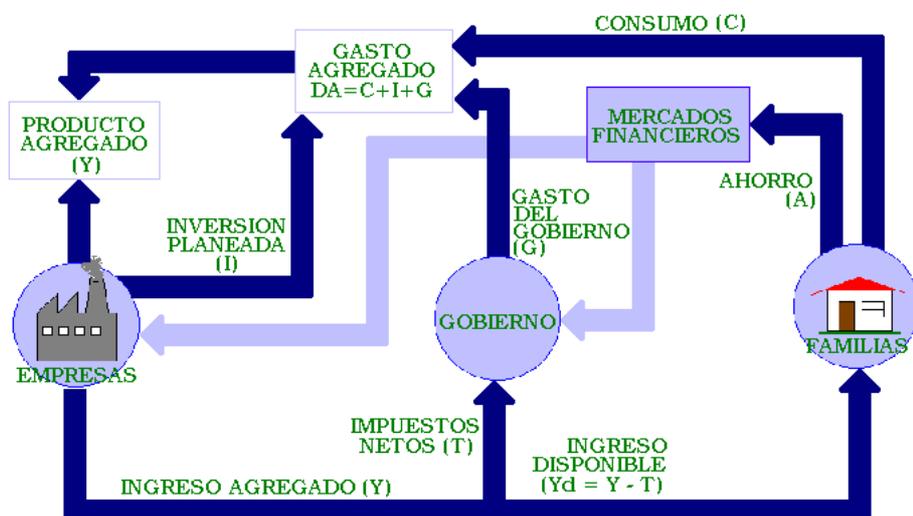
- **Provisión de bienes públicos:** Como estos bienes no siempre pueden venderse o cobrarse, entonces deben ser provistos por el gobierno. Por ejemplo: calles, alumbrado público, defensa nacional, etc.
- **Intervención en casos de virtual monopolio natural:** Ciertas actividades económicas presentan importantes economías de escala, por lo que resulta más eficiente la existencia de una única empresa en el mercado. Al constituir esto un monopolio, se justifica entonces que el estado regule o explote estas actividades. Este puede ser el caso del suministro de agua o de electricidad.
- **Intervención en casos de externalidades:** Algunas actividades económicas generan importantes costos sociales que no son absorbidos por los productores, tal es el caso de la contaminación generada por distintas fábricas. También en otros casos algunas actividades producen elevados beneficios sociales, por ejemplo la educación. Así se considera que el estado debe intervenir en cualquiera de esas situaciones.

Punto de vista moderno: Esta concepción se toma luego de la depresión de los años 30 y las guerras mundiales. Se empieza a considerar que el estado puede desempeñar un papel más activo en la economía, llegando así a reconocerse tres funciones básicas:

- **Asignación de recursos:** El gobierno busca, directa o indirectamente, alentar algunas actividades económicas, o bien, desincentivar otras. Así el estado promueve algunas actividades a través de subsidios, exenciones, tasas de interés preferenciales, etc., incluso el estado mismo puede producir algunos bienes y servicios, y también, puede desalentar otras a través de impuestos, aranceles, u otros tipos de sanciones.
- **Estabilización de la actividad económica:** El nivel de actividad económica puede no ser estable, y sufrir así ciertas fluctuaciones, que generalmente se llaman ciclos económicos, y pueden darse fases expansivas (aumenta la producción, el ingreso, los precios, el empleo), o pueden ser fases recesivas (disminuye la producción, los precios, el empleo). Así, se considera que el estado puede tratar de atenuar el impacto de estos ciclos empleando distintas políticas, como el aumento o disminución del gasto público, de los impuestos, entre otras.
- **Redistribución del ingreso:** El ingreso en la economía no está distribuido con perfecta equidad, sino que existe cierta desigualdad, y entonces el estado puede cumplir una función social buscando disminuir las brechas que separan a los ricos de los más pobres. El gobierno fija entonces precios máximos (por ejemplo a los bienes de la canasta básica), fija salarios mínimos, crea instituciones de asistencia social (por ejemplo el IMAS, Asignaciones Familiares, etc.), y a través del sistema tributario se cobra más impuestos a los que más ingresos tienen. (Haga click aquí para obtener más información sobre este tema).

b) El estado y la demanda agregada:

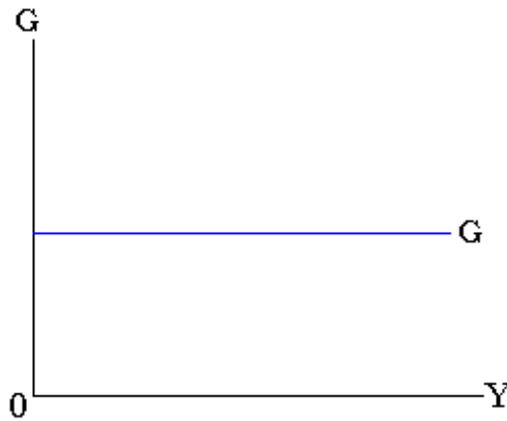
Ahora se retomará el modelo de la determinación del ingreso de equilibrio, pero se agregará un nuevo agente: el Gobierno. Este gobierno actúa a través de sus gastos y sus ingresos, los cuales son principalmente impuestos. El siguiente esquema muestra el funcionamiento del modelo.



Los **gastos del gobierno** pueden ser de tres tipos:

- **Gastos corrientes:** corresponde principalmente a sueldos y salarios de empleados públicos, contribuciones a la seguridad social, compras de bienes y servicios, intereses de la deuda, etc. Estos gastos implican el uso de recursos reales, y por tanto generan ingresos por pagos a los factores.
- **Gastos de transferencias:** son gastos como pensiones, subsidios, etc. Estos gastos distribuyen el poder de compra entre los distintos sectores de la sociedad.
- **Gastos de capital:** implican la formación de capital, compra de maquinaria y equipo, inversión financiera, amortización de activos.

El gasto del gobierno no está asociado con el nivel de ingreso de la sociedad, por lo que en el modelo se le considerará como determinado en forma exógena. Gráficamente se muestra de la manera siguiente:



En esta gráfica se observa que el gasto del gobierno no varía en forma funcional con respecto al nivel de ingreso.

Los **ingresos del gobierno** también son de varios tipos:

- Ingresos corrientes: estos pueden ser:
 - Ingresos tributarios
 - Ingresos no tributarios
 - Transferencias corrientes
- Ingresos de capital:
 - Ventas de activos fijos
 - Transferencias

Los impuestos si dependen en alguna manera del nivel de ingreso de la economía, por eso se les expresará como una función del siguiente tipo:

$$T = t_0 + tY$$

donde:

T = Impuestos netos: ingresos tributarios menos las transferencias

t_0 = Impuestos autónomos: Impuestos que no dependen del nivel de ingreso.

t = Propensión marginal a tributar: proporción de un colón adicional de ingreso que se destina a pagar impuestos. Matemáticamente es la pendiente de la gráfica de la función de impuestos.

Y = Nivel de ingreso.

Anteriormente se estudió cómo calcular el nivel de ingreso de equilibrio en un modelo de dos sectores. Ahora se tomará esa misma base para agregar al gobierno en el modelo, lo que implica agregar las ecuaciones del gasto del gobierno (G) y de los impuestos T .

Se tiene entonces un modelo que se puede plantear del modo siguiente:

$$C = a + bY_d \text{ (Consumo privado)}$$

Donde

$$I = I_o \text{ (Inversión privada)}$$

$$G = G_o \text{ (Gasto del gobierno)}$$

$$T = t_o + tY \text{ (Impuestos)}$$

$$Y_d = Y - T \text{ (Ingreso disponible)}$$

El ingreso disponible cambia con respecto a la situación anterior, dada la existencia de impuestos. La condición de equilibrio puede establecerse de dos formas:

$$(1) Y = C + I + G \text{ (ingreso agregado = gasto agregado)}$$

$$(2) A + T = I + G \text{ (fugas = inyecciones)}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Determine el nivel de ingreso de equilibrio en una economía si se conoce la siguiente información:

Consumo autónomo (a) = 200

Propensión marginal a consumir (b) = 0.75

Inversión planeada (I) = 50

Gasto del Gobierno (G) = 100

Impuestos autónomos (to) = 10

Propensión marginal a tributar (t) = 0.05

Esto permite formar las ecuaciones:

$$C = 200 + 0.75Y \text{ (esto implica que } A = -200 + 0.25Y)$$

$$I = 50$$

$$G = 100$$

$$T = 10 + 0.05Y$$

$$Y_d = Y - T$$

1. Para los datos que se presentan a continuación determine la posición de equilibrio del consumidor, si PA = PB = \$2, y su ingreso es \$12. Calcule la elasticidad precio de la demanda si PA disminuye a \$1.

QA	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UTA	10	22	32	40	47	53	58	62	64
QB	1	2	3	4	5	6	7	8	9
UMB	6	8	10	4	2	1	0	-1	-2

2. Cuál es el problema central de la teoría económica del consumidor? Explique.

3. Complete la tabla reemplazando los signos de interrogación por el valor correcto:

Cantidad	Utilidad Marginal	Utilidad Total
0	-	-
1	9	?
2	?	20
3	?	29

4	7	?
5	5	?
6	?	44
7	1	?
8	?	45
9	?	44

4. Grafique, con base en los datos del problema anterior, la utilidad total y la utilidad marginal (use dos gráficos aparte). Señale el punto de inflexión y el punto de saturación en ambas gráficas.

UNIDAD 4. POLITICA ECONOMICA

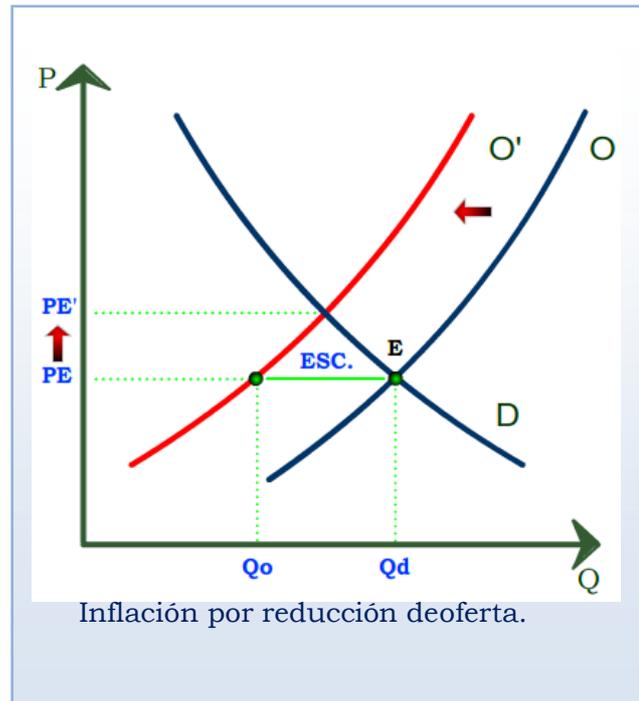
4.1 Inflación

La inflación es el incremento continuo y generalizado de los precios en la economía. Esta afecta negativamente al dinero evitando que siga cumpliendo con sus funciones de medio de cambio, unidad de cuenta y depósito de valor. En cuanto a sus causas contamos con la siguiente clasificación.

a) Inflación por factores de la oferta

En este caso, la inflación es generada por un aumento en el costo de los insumos, impuestos, sueldos, costo de la materia prima o en otro factor productivo, lo cual contrae la oferta de bienes, como se aprecia en la Figura

Como vemos en la figura, con la disminución de la oferta se presentará en los mercados una escasez, lo cual elevará los precios, repercutiendo en los precios de los bienes y servicios que requieren de ellos, para luego transmitirse al resto de la economía.



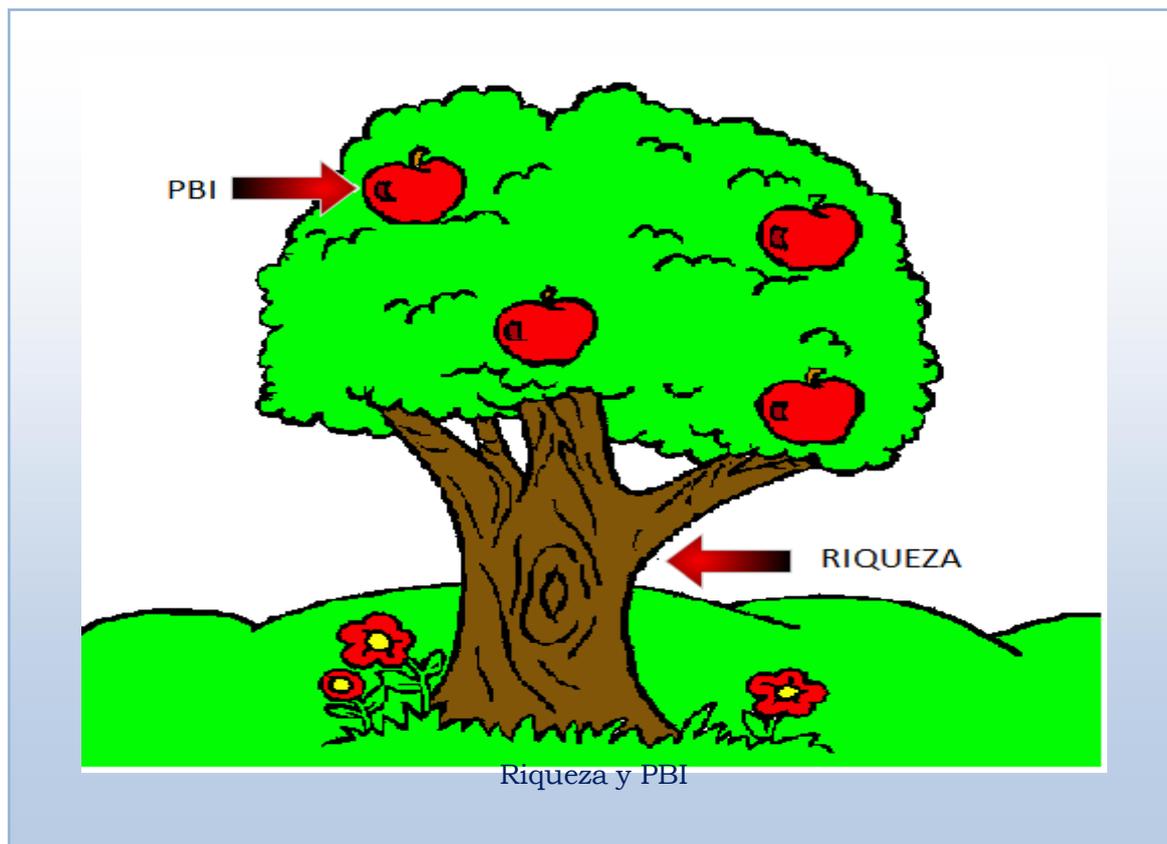
4.2 Uso de los índices: el viaje en el tiempo

Tal vez sea una de las personas que haya disfrutado de la película “Volver al Futuro”. Este filme es protagonizado por un joven y un loco científico. Este último construye un grandioso invento, un auto que les permite viajar en el tiempo, resolviendo algunos problemas que ellos mismos habían ocasionado. Luego de grandes aventuras, logran restaurar el transcurso de la historia, aunque al final, dejan algunas desviaciones a su favor.

Volviendo a lo nuestro, en el análisis económico, tenemos algo así como una máquina del tiempo: son los índices de precios calculados anteriormente, los cuales nos permiten “viajar en el tiempo”, algo similar a lo ocurrido como en la película, pero en términos económicos, tomando valores de un periodo, y expresándolos en términos de otro momento de tiempo, y así hacer comparaciones y análisis. Por ejemplo, si deseamos comparar los sueldos de los obreros de 1900 y 2000, una simple observación de sus sueldos nominales no nos permitiría llegar a ninguna conclusión válida, puesto que los precios de los productos en cada periodo son diferentes, por esta razón es necesario homogeneizar los valores. Se presentan dos casos que serán estudiados a continuación.

4.3 Política Fiscal

El PBI de una economía es el resultado o fruto de la participación de los factores productivos, los cuales constituyen la riqueza de una economía. Tomemos una analogía representada en la Figura.



En el ejemplo anterior, el árbol (recurso) representan la riqueza, porque con ella podemos obtener los

frutos, en este caso las manzanas, las cuales representan al PBI. La riqueza de una economía puede clasificarse en Riqueza humana y no humana.

- Riqueza no humana

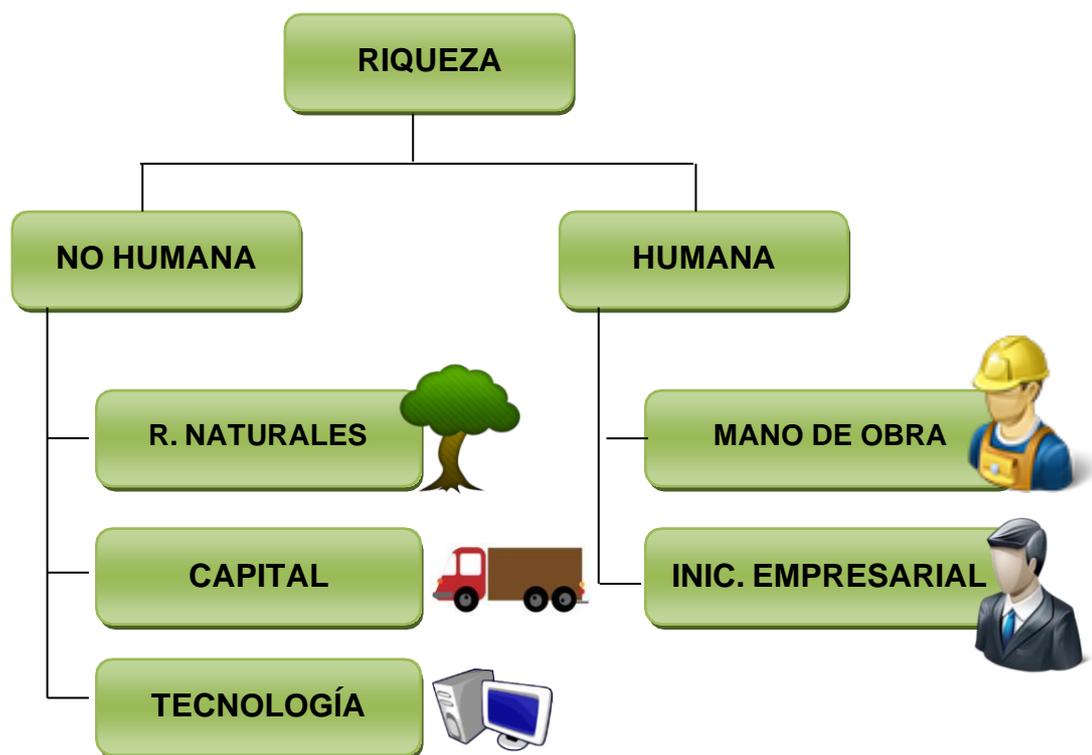
En esta clasificación tenemos a los recursos naturales, el capital y la tecnología. En cuanto a la tecnología esta representa la forma de organizar los otros factores

- Riqueza humana

Son los factores productivos conformados por personas. Siguiendo con nuestra clasificación inicial de recursos, deberíamos considerar a la mano de obra y a la iniciativa empresarial.

No toda la población forma parte de la riqueza humana, solo aquella que pueda formar parte del proceso productivo a quienes denominaremos Población Económicamente Activa (PEA). La clasificación que se realiza en los países para determinar su riqueza humana se estudiará posteriormente.

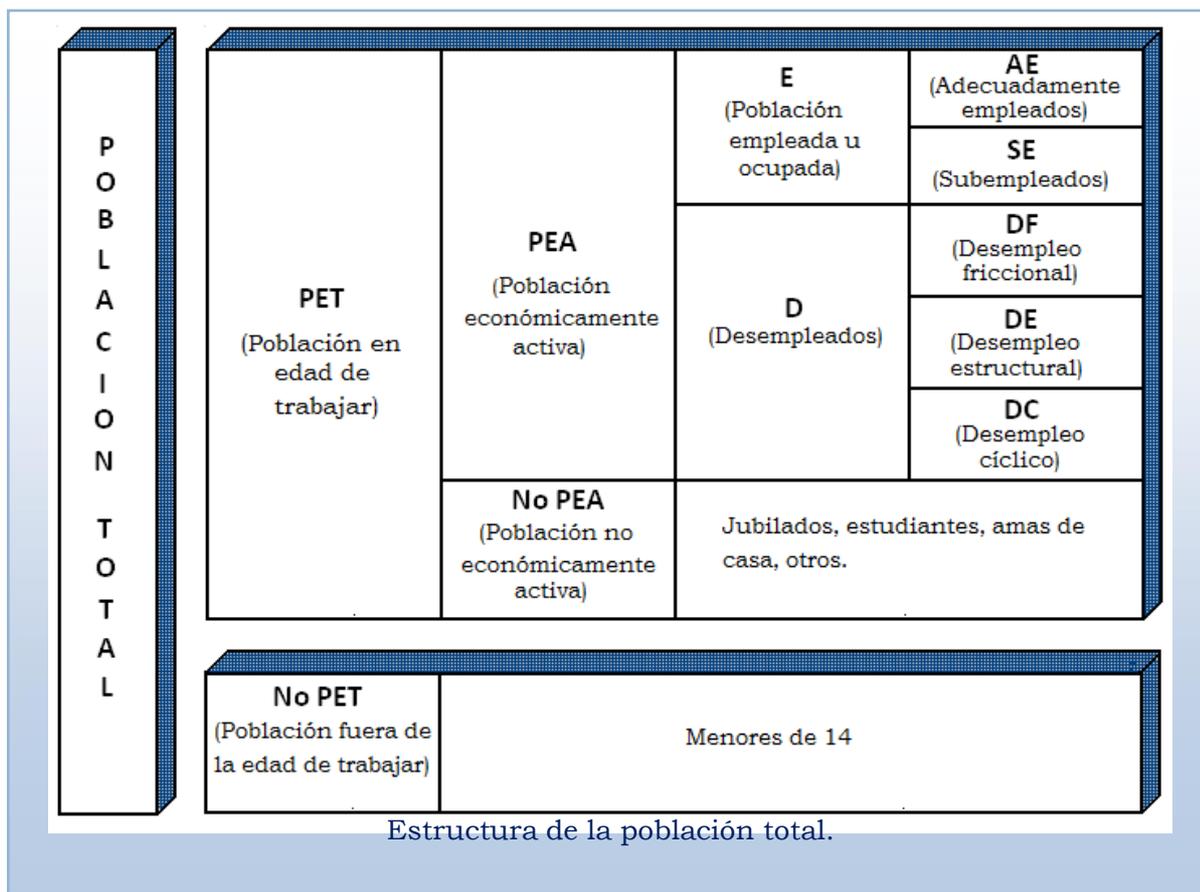
El esquema se sistematiza la clasificación de la riqueza.



Clasificación de la Riqueza

- Estructura de la población

Para comprender cómo se determina en un país la riqueza humana o fuerza laboral y por lo tanto el nivel de empleo y desempleo, es necesario analizar la estructura de la población total según la Figura. (La siguiente clasificación se basa en el informe del INEI sobre el cálculo de la tasa de desempleo).



- Población total (PT) : Representa la cantidad total de personas o habitantes en una economía.
- Población fuera de la edad de trabajar (NoPET): Conformado por los menores de 14 años, quienes por su edad no están aptos para ejercer actividades productivas.
- Población en edad de trabajar (PET): Este grupo está formado por las personas con una edad mínima de 14 años, de tal forma que pueden participar en el proceso productivo. En nuestro país no hay límite superior de edad.
- Población no económicamente activa (PNEA): Incluimos en esta categoría a todas las personas que encontrándose en la edad de trabajar, no pueden o no desean hacerlo. Es decir, es el conjunto de personas en edad de trabajar que no participan en el mercado laboral; por lo tanto, no realizan ni buscan realizar alguna actividad económica.

Por ello en este grupo se consideran:

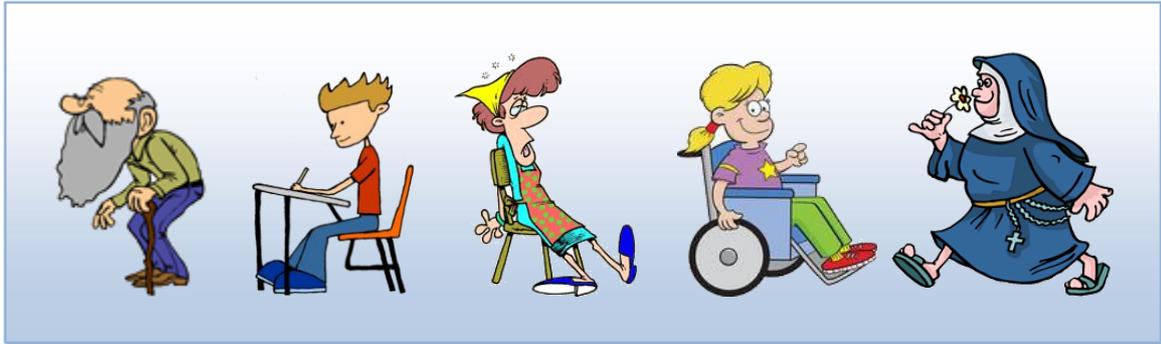
Jubilados y pensionados que no estén buscando trabajo o trabajando

Estudiantes

Amas de Casa

Discapacitados

Religiosos, entre otros.



- Población económicamente activa (PEA): Son aquellas personas que se encuentran en edad de trabajar, pueden y desean hacerlo. También se les denomina Fuerza Laboral de la economía, constituyendo la riqueza humana. De este grupo de personas algunas conseguirán trabajo y otras no. Cabe aclarar que las Fuerzas Armadas y Policiales se encuentran en esta categoría.



7. REFERENCIAS

Mankiw, G. (2006). Principios de Economía. McGraw-Hill. Sexta edición. ISBN 1 2 3 4 5 6 7 15
14 13 1.

(<http://ru.economia.unam.mx/74/1/Mankiw%20-%20Principios%20de%20economia%2C%206ta%20Edicion.pdf>)

Parkin, M. y Loria, E. Microeconomía. Versión para Latinoamérica. Novena edición. Pearson educación, México, 2010. ISBN: 978-607-442-966-4.

(<http://csh.izt.uam.mx/cursos/gerardo/uam/material/Microeconomia-I.pdf>)

Krugman, P. (2015) Fundamentos de economía. 3ª ed. – Barcelona : Reverté, ISBN 978-84-291-2646-4. <https://www.reverte.com/media/reverte/files/book-attachment-2247.pdf>

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIA ECONÓMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA



SEPARATA: PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

ASIGNATURA: INTRODUCCIÓN A LOS NEGOCIOS GLOBALES

PRIMER CICLO

Semana 13

Unidad N° 3: Visión Estratégica de la Empresa

AUTOR: CÉSAR GUILLERMO JÁUREGUI VILLAFUERTE

Callao, 2021

PERÚ





INDICE

RESUMEN.....	5
PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO	6
1. ORÍGENES DE LA PLANIFICACIÓN Y DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO	6
2. BREVE HISTORIA DE LA PLANIFICACIÓN	6
3. CONCEPTOS	6
4. DEFINICIONES DE PLANEAMIENTO.....	9
4.1. Carlos Matus:	9
4.2. Michel Godet:.....	9
4.3. Francisco Palom:	9
4.4. Sánchez Albavera:.....	10
4.5. Oster:	10
5. IMPORTANCIA DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO.....	10
6. ENFOQUES O ESCUELAS DEL PLANEAMIENTO	11
6.1. Planificación Tradicional:	11
6.2. Planificación Situacional:.....	11
6.3. Planificación Estratégica:	12
6.4. Planificación Prospectiva:	12
7. TIPOS.....	12
7.1. Planificación Normativa.....	12
7.2. Planificación Situacional.....	13
7.3. Planificación Estratégica	13
8. REQUERIMIENTOS BÁSICOS	14
9. CARACTERÍSTICAS DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO	14
10. EL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO (PE) Y EL PLANEAMIENTO OPERATIVO (PO).....	15
10.1. PE: largo y mediano plazo.	15
10.2. PO: corto plazo.....	15
11. PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO EN LA INSTITUCIONES PÚBLICAS.....	15
11.1 Requisitos	15
11.2. Planeamiento Estratégico en el Perú	16
12. LA GESTION ORIENTADA A RESULTADOS	16
13. ESQUEMA DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO	17
13.1. COMPONENTES	17
13.1.1. Visión	17



13.1.2. Importancia de la Declaración de Visión	18
13.1.3. ¿Cómo debe ser redactada una Visión?.....	18
13.1.4. Misión	19
13.1.5. Correcta Definición de la Misión Institucional:	19
13.1.6. ¿Cómo se debe redactar la Misión?.....	19
13.1.7. Objetivos Estratégicos.....	20
13.1.8. ¿Cómo se redactan?.....	20
13.2. LAS ETAPAS DEL PROCESO	21
13.2.1. VISIÓN	21
13.2.2. MISIÓN.....	22
13.2.3. DIAGNÓSTICO.....	23
13.2.4. ANÁLISIS DEL ENTORNO.....	23
13.2.4.1. Oportunidades:	24
13.2.4.2. Amenazas:	24
13.2.5. ANÁLISIS INTERNO	25
13.2.5.1. Fortalezas	25
13.2.5.2. Debilidades.....	25
13.2.6. DETERMINACIÓN DE OBJETIVOS ESTRATÉGICOS.....	26
13.2.6.1. ¿Qué es un Objetivo?	27
13.2.6.2. Objetivos Estratégicos.....	27
13.2.6.3. Determinación de Objetivos Estratégicos. El método de análisis FODA	27
13.2.7. IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA.....	30
13.2.7.1. Fijar Metas:	31
13.2.7.2. Fijar Políticas:	31
13.2.7.3. Asignación de Recursos:	32
13.2.8. LA EVALUACIÓN Y EL CONTROL DEL PLAN.....	32
13.2.8.1. La Evaluación.....	32
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34



RESUMEN

La presente separata surge a partir de la necesidad de entregar material bibliográfico de apoyo para en el desarrollo de la asignatura Introducción a los Negocios Globales a los estudiantes del primer ciclo, semestre académico 2021 I de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao.

El texto que se entrega a continuación está organizado en trece secciones. En primer lugar, se presenta los orígenes de la planificación y planeamiento estratégico, breve historia, conceptos, definición, Importancia, enfoques, tipos, requerimientos básicos, característica, planeamiento estratégico, planeamiento operativo, planeamiento estratégico en las instituciones públicas, la gestión orientada a resultados y esquema del planeamiento estratégico.

Para finalizar, se entregan un conjunto de estrategias para formular la visión, la misión y diagnóstico que se realiza por medio de un análisis FODA, la formulación de los objetivos estratégicos. Para la elaboración de cada uno de estos componentes se presenta una metodología clara que a través de actividades de fácil comprensión que permite contextualizar y comprender la realidad de cada unidad, contribuyendo de esa manera al fortalecimiento y mejoramiento de las prácticas institucionales del país.



PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

1. ORÍGENES DE LA PLANIFICACIÓN Y DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

El primer país que aplicó la PLANIFICACIÓN a la conducción de la sociedad fue Rusia (URSS). En los años de la revolución bolchevique (entre 1917 y 1930) no existían experiencias de planificación, aplicadas al cambio social, debiéndose diseñarla e implementarla a partir de la reflexión teórica como de las condicionantes sociales. Esta experiencia fracasó por la rigidez y ausencia de libre mercado.

El planeamiento estratégico, surgió como un instrumento de gestión de las grandes empresas, las cuales crecieron hasta convertirse en transnacionales, requerían análisis situacionales y proyecciones del desarrollo de los países y mercados, planteando en base a ello, sus programas de expansión. Las técnicas desarrolladas fueron aplicadas posteriormente a la gestión de las políticas públicas. Estas adaptaciones son específicas en cada país, región, ámbito regional o local.

2. BREVE HISTORIA DE LA PLANIFICACIÓN

- Inicios del Siglo XX PLANIFICACIÓN CENTRAL SOVIÉTICA
- 2da. Guerra Mundial PLANIFICACIÓN PLAN MARSHALL INDICATIVA
FRANCESA
- Década de los 60' PLANIFICACIÓN EN AMÉRICA LATINA
PLANIFICACIÓN INDUSTRIAL DEL PACTO ANDINO

3. CONCEPTOS

El Planeamiento Estratégico, es una herramienta de gestión que permite apoyar la toma de decisiones de las organizaciones en torno al quehacer actual y al camino que



deben recorrer en el futuro para adecuarse a los cambios y a las demandas que les impone el entorno y lograr la mayor eficiencia, eficacia, calidad en los bienes y servicios que se proveen.

El Planeamiento Estratégico es un método de intervención para producir un cambio en el curso tendencial de los eventos. Por ello, cuando se la aplica a la conducción de la sociedad, está influida por las ideas que orientan tal sociedad y está limitada por las condiciones en que esta sociedad se desarrolla.

El ser humano siempre busca escrutar el porvenir y se empeña en clarificar estos horizontes estableciendo directrices para conducirse, por ejemplo: el profesor diseña el programa de su asignatura que va a dictar; el estudiante lleva a cabo su plan de estudios y termina su carrera; la madre y el padre de familia, entendida ésta como cédula básica de la sociedad, establecen mentalmente su plan de acuerdo con su visión, sus objetivos y metas; el militar define su plan de ataque y su estrategia antes del Combate.

Aunque en todo el tiempo las personas y las sociedades hayan organizado su vida y su funcionamiento según un plan determinado, la planificación no revestía el carácter científico que adquirió en el siglo XX. La planificación está indisolublemente ligada al conocimiento científico. La idea de planificar la sociedad surge con enorme fuerza y poder de convicción en la segunda mitad del siglo XVIII, época de la Revolución Francesa y de los reformadores sociales, constituyéndose en una intervención deliberada basada en el conocimiento racional del proceso socioeconómico y de sus leyes.

Frederick W. Taylor y Henry Fayol, clásicos de la administración moderna, quisieron sustituir el empirismo en las empresas por un método científico en el que la planificación interviniera como función e instrumento de dirección. Los primeros



esfuerzos de planificación en las empresas datan de finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX, con los trabajos de éstos dos precursores.

El desarrollo de la organización racional de la producción, la división del trabajo y la previsión de Taylor anteceden a los elementos de planificación que se encuentra en la literatura contemporánea. Su objetivo fundamental era “llegar a altos salarios con un costo reducido de la mano de obra”; para alcanzar este fin él consideraba necesario un estudio preciso de los tiempos, siendo éste sólo un instrumento más, entre muchos otros, de la dirección científica que él defendía desde 1912 y que debía generar la revolución mental de la empresa.

Henry Fayol investigó la eficacia y la productividad industrial y conceptuó: “administrar es prever, organizar, ordenar, coordinar y controlar”. Propuso una lista de catorce principios generales de la administración, considerando que el concepto de principio excluye toda idea de rigidez. Estos catorce principios son los siguientes: división del trabajo, autoridad, disciplina, unidad de mando, unidad de dirección, subordinación de los intereses particulares al interés general, remuneración, centralización, jerarquía, orden, equidad, estabilidad de personal, iniciativa y unión de personal. Abordó también elementos relacionados con la centralización-descentralización. Estos conceptos y elementos se aplicaron más tarde en la administración pública.

El proceso administrativo de Taylor y Fayol fue retomado por numerosos autores y estudiosos de la teoría de la administración, definiendo las funciones básicas de las instituciones así: planificar, organizar, dirigir, coordinar y evaluar.

Para el ser humano se vuelve natural, por tanto, prospectar y planificar sus propias finalidades y escoger los medios para alcanzarlas. En una organización, ya sea pública o privada, el conjunto de personas que la conforman busca alcanzar la misma visión,



objetivos y metas institucionales a través de los medios apropiados. Así se trate de una organización educativa, financiera, familiar u otra, ella agrupa miembros que comparten la misma visión, los mismo objetivos, e intentan alcanzar los fines de la institución sirviéndose de medios aptos para la consecución de los objetivos y metas previstas.

Sin embargo, sólo a principios del siglo XX se menciona de manera expresa el término “planificación” en la literatura científica, cuando los clásicos Taylor y Fayol estudian el fenómeno organización. La revolución científica y tecnológica dio vida al estudio sistemático del trabajo y a los principios de la organización y de la planificación.

La planificación se convierte, para cada persona, en un proceso que hace parte de su vida cotidiana, por cuanto determina aquello que va a realizar durante el día, durante el año o a lo largo de su vida.

4. DEFINICIONES DE PLANEAMIENTO

4.1. Carlos Matus: Planificar es el intento del hombre por crear su futuro y no ser arrastrado por los hechos. Cálculo situacional que relaciona el presente con el futuro y el conocimiento con la acción. Es el cálculo que precede y preside la acción.

4.2. Michel Godet: Planificar es concebir un futuro deseado, lo mismo que los medios para llegar a él.

4.3. Francisco Palom: Crear un sistema flexible e integrado de los objetivos y de sus correspondientes estrategias que nos sirvan de punto de referencia para visualizar en qué grado alcanzamos los objetivos de corto plazo, y cómo nos encaminamos a los de mediano y largo plazo, con una coherencia entre el esfuerzo de las personas y el relativo de cada meta.



4.4. Sánchez Albavera: Es una toma de decisiones anticipada, que permite definir que hacer y cómo se va a realizar, antes que se necesite actuar. Para hacer transparente las conductas y actos de gestión y para rendir cuentas ante los ciudadanos.

4.5. Oster: Es una forma de administrar el cambio y también de crearlo.

5. IMPORTANCIA DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

El Planeamiento estratégico es un proceso mediante el cual se implementan los planes operativos para que una empresa pueda alcanzar sus objetivos. Es por ello su vital importancia, ya que en un entorno competitivo es imposible lograr los objetivos sin un plan definido.

Podemos decir que el planeamiento estratégico es importante porque nos permite 3 acciones esenciales:

-Determinar a dónde se dirige la empresa: El plan estratégico permitirá tener una dirección definida y, sobre todo, los trabajadores saben cómo llegar.

- Definir la situación actual: No se puede tener un rumbo si no se sabe cuáles son nuestros recursos que nos permitirán lograr los objetivos. Durante el planeamiento estratégico se definen las fortalezas, debilidades, oportunidades y amenazas de la empresa. Se defina también la propuesta de valor y ventajas competitivas.

-Formulación de la estrategia: De nada sirve tener objetivos si no tenemos claro cómo llegar a estos. En este proceso se definen las acciones a corto y largo plazo para llegar a los objetivos. Estos deben ser medibles, específicos, realistas, relevantes y en un periodo de tiempo determinado.



Sin embargo, la importancia del plan estratégico puede variar en sus características dependiendo del tipo de empresa. Si esta es una empresa dedicada a la producción, las prioridades son otras a si es una empresa dedicada a brindar un servicio.

Ander-Egg señala, en primer lugar, que la planificación es letra muerta si no existe la voluntad política de realizar lo que se planifica y, en segundo lugar, que existe una cierta ingenuidad entre los planificadores al actuar como si la planificación fuese una técnica Capaz de introducir, per sé, un elevado nivel de racionalidad en la acción política. Esto Implica que independientemente de lo conveniente o loable de los objetivos que persiga la implementación del plan, es imposible su materialización si no se cuenta con el apoyo de los actores clave para ello, los cuales, en definitiva, cuentan con las capacidades, atribuciones, potestades o competencias para lograrlo. Es por esto que, según el autor señalado, la planificación es mucho más que un proceso de racionalidad en la toma de decisiones; es la instrumentación de un proyecto político, aun cuando éste sólo haya sido definido de una manera vaga y ambigua. La planificación es, en última instancia, una decisión política, que debe considerar las distintas variables que influyen en ésta, no sólo las políticas o las económicas, sino que también las sociales y culturales que, generalmente, son las que condicionan en mayor medida el éxito de un plan.

6. ENFOQUES O ESCUELAS DEL PLANEAMIENTO

6.1. Planificación Tradicional: Existe distinción entre el sujeto de la planificación y el objeto de la intervención. Tiene dos grandes componentes: La formulación del plan y la Ejecución del plan.

6.2. Planificación Situacional: Se diferencia por la multiplicidad de actores del proceso como del entorno turbulento en el que se toman las decisiones, trabaja en un contexto incierto y tiene un final abierto. Se pueden establecer cuatro



momentos: a) el momento explicativo, b) el momento normativo, c) el momento estratégico, y d) el momento táctico – operacional.

6.3. Planificación Estratégica: Basada en la definición de la estrategia que adecuadamente formulada ayuda a poner en orden y asignar, con base tanto en sus atributos como en sus deficiencias internas, los recursos con el fin de lograr una situación viable y original así como anticipar posibles cambios del entorno.

6.4. Planificación Prospectiva: El principal postulado de la planificación prospectiva es que el único espacio sobre el cual los seres humanos pueden tener impacto es el futuro. Ello porque, según sus seguidores, el pasado pertenece a la memoria, el presente a la acción y el futuro.

7. TIPOS

Dentro del desarrollo de la planificación, se han creado distintos enfoques para abordarla, los cuales a partir de los cambios y evoluciones que se han producido en el mundo se han ido transformando y adquiriendo nuevos matices, siendo el más “actual” el que entrega la planificación estratégica. Es conveniente, entonces, hacer una revisión de los principales modelos que han existido a lo largo de la historia, los cuales se sintetizan en la planificación tradicional o normativa, la planificación situacional y la planificación estratégica, la cual será abordada en detalle posteriormente.

7.1. Planificación Normativa

Como su nombre lo indica, la planificación normativa es aquella que se basa principalmente (para su formulación e implementación), en procedimientos preestablecidos cuyo fin es generar un orden tal que permita estandarizarlos y, con ello,



mantenerlos controlados en todo momento para que sea posible un seguimiento permanente y así conocer su desarrollo en todos los aspectos.

7.2. Planificación Situacional

Este enfoque, que fue desarrollado por el economista chileno Carlos Matus durante la década de los 80, tiene como base inicial el concepto de situación que de acuerdo con el autor es definido como “la realidad explicada por un autor que vive en ella en función de su acción”.

Lo que hace el plan es permitir llegar a esa situación a través de la definición de una estrategia para tal efecto, entendiendo a ésta como el uso del cambio situacional para alcanzar la situación-objetivo, haciendo que se conciba a la planificación como la realización de un cálculo sistemático que permite relacionar el presente con el futuro y el conocimiento con la acción, de tal manera que sirva como herramienta para llegar o generar esa situación.

7.3. Planificación Estratégica

Se puede señalar que ésta es una herramienta que ha sido creada en el mundo privado y que, dada su eficacia para enfrentar entornos dinámicos y fuertemente competitivos, ha ido adquiriendo una relevancia creciente en el sector público en tal magnitud que, actualmente, constituye uno de los ejes del proceso de Reforma y Modernización del Estado que se está impulsando en nuestro país.

Finalmente, es importante tener claro desde ya que el carácter “estratégico” de un proceso de planificación no se consigue por el simple hecho de aplicar un procedimiento de construcción del mismo, sino que se obtiene en base a la existencia de un liderazgo en la dirección de la organización que permita motivar a los funcionarios a encauzar todos



sus esfuerzos y recursos organizacionales en torno a la consecución de los objetivos que persigue el plan.

8. REQUERIMIENTOS BÁSICOS

1. Compromiso y liderazgo de los niveles directivos.
2. Instancia responsable con capacidad técnica y política.
3. Regularidad y continuidad en la aplicación.
4. Institucionalización en procesos.
5. Desagregación de objetivos estratégicos en metas medibles.
6. Generación y uso adecuado de la información (INEI, MEF, RENIEC, SIS, BCR, TICs, Etc.)
7. Articulación con el ciclo presupuestario y toma de decisiones.
8. Concertación y validación de objetivos y metas.
9. Difusión de los resultados.

9. CARACTERÍSTICAS DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

- Cubre aspectos de carácter macro en el Mediano y Largo Plazo.
- Es un proceso continuo, retroalimentándose de cómo están funcionando las estrategias.
- Se orienta a las grandes decisiones, estableciendo Objetivos Estratégicos a lograr en el horizonte de planeamiento.

Toma en cuenta los aspectos del ambiente externo, y cómo éstos influyen en el ambiente interno.



10. EL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO (PE) Y EL PLANEAMIENTO OPERATIVO (PO)

10.1. PE: largo y mediano plazo.

PE: Grandes decisiones, establece Objetivos Estratégicos que permiten materializar la visión. Pone atención en el ambiente externo y como este influye en la institución o ámbito de planificación. En los usuarios finales que reciben los productos y en los resultados finales e impacto de su intervención.

10.2. PO: corto plazo

PO: Determina metas de corto plazo, las cuales permiten hacer operativas las estrategias. A partir de esto es posible realizar la programación de las actividades y la estimación del presupuesto que se requiere para llevarlas a cabo. Tiene que ver con la generación de metas y responsabilidades especificadas individualmente.

11. PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO EN LA INSTITUCIONES PÚBLICAS

Consiste en un ejercicio de formulación y establecimiento de objetivos de carácter prioritario, cuya característica principal es el establecimiento de los cursos de acción (acciones estratégicas) para alcanzar dichos objetivos. Desde esta perspectiva la PE es una herramienta clave para la toma de decisiones de las instituciones públicas.

11.1 Requisitos

Definir los responsables de los Objetivos, Políticas, Programas y Proyectos, en la provisión de los bienes y servicios.

- El Planeamiento Estratégico debe ser la base para los Planes Operativos y la Programación Presupuestaria.



- El Planeamiento Estratégico debe definir los resultados esperados en la gestión.
- El Planeamiento Estratégico vincula las líneas de acción y metas de corto plazo con los objetivos estratégicos.
- El Planeamiento Estratégico precede al control de gestión: línea de base, avance de indicadores, metas y objetivos.

11.2. Planeamiento Estratégico en el Perú

Normado por el Decreto Legislativo 1088 crea el:

Sistema Nacional de Planeamiento Estratégico (SINEPLAN),

Centro Nacional de Planeamiento Estratégico (CEPLAN).

Foro de Acuerdo Nacional – AN, lo reconoce como instancia de concertación nacional. (DL 1088 Art. 3 Acápito 1.c)

12. LA GESTION ORIENTADA A RESULTADOS

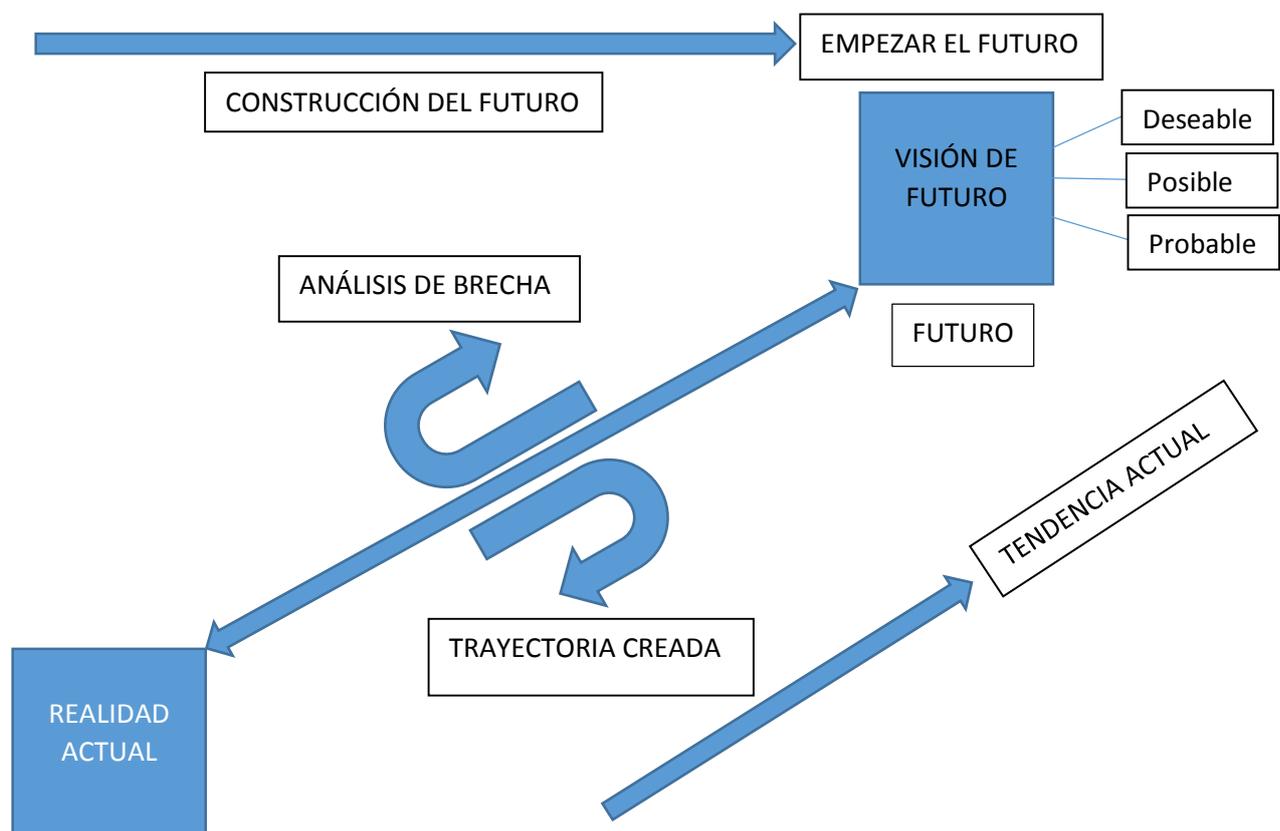
- Identificación de objetivos, indicadores y metas que permitan evaluar los resultados.
- Identificación de los responsables concretos de las metas.
- Establecimiento de sistemas de control de gestión internos y de los procesos de retroalimentación.
- Vinculación del plan al presupuesto para el cumplimiento de los objetivos.
- Determinación de incentivos, flexibilidad y autonomía en la gestión de acuerdo a compromisos de desempeño.



El Planeamiento Estratégico es un proceso que antecede al control de gestión, el cual permite hacer el seguimiento de los objetivos establecidos para el cumplimiento de la visión, misión, objetivos.

13. ESQUEMA DEL PLANEAMIENTO ESTRATÉGICO

Se concibe como una herramienta imprescindible para la identificación de prioridades y asignación de recursos en un contexto de cambios y altas exigencias por avanzar hacia una gestión comprometida con los resultados



13.1. COMPONENTES

13.1.1. Visión

La visión corresponde al futuro deseado.



La visión corresponde al futuro deseado de la organización y debe llevar en sí los anhelos y sueños de aquellas personas que trabajan en la institución, así como de aquellos a quienes sirve (Del Solar y Lavín, 2000). Se refiere a cómo quiere ser reconocida la entidad dentro de un contexto determinado, y a su vez, representa los valores que le otorgan una identidad propia con los cuales se fundamentará su accionar público (Armijo 2009).

13.1.2. Importancia de la Declaración de Visión

- Compromete públicamente las aspiraciones, dando un efecto de cohesión.
- Permite distinguir y visualizar el carácter público y cómo la intervención gubernamental se justifica desde el punto de vista de lo que entrega a la sociedad.
- Complementa el efecto comunicacional de la misión y enmarca el quehacer institucional en los valores que la sociedad espera de la entidad.

13.1.3. ¿Cómo debe ser redactada una Visión?

Independientemente de los objetivos que pretenda alcanzar cada organización, es aconsejable que la visión tenga ciertas características que la hagan ser más cercana y significativa a las personas que componen el centro.

Si su institución ya tiene una, es importante tomar en consideración las siguientes interrogantes para evaluar si es necesario mejorarla.

- ¿La visión de mi centro resulta inspiradora para los diferentes actores educativos?
- ¿Su redacción obedece a un carácter proyectivo?
- ¿Es breve y sucinta?
- ¿Cree que en su redacción se consideró alguna estrategia operativa para su construcción?



- ¿Se ven plasmados los principios y valores más importantes de la organización?

Una visión acorde a las necesidades educativas actuales debe inspirar y definir una ruta a seguir.

13.1.4. Misión (Cuando es aplicable)

La Misión hace referencia a cómo vamos a lograr el ideal expresado en la visión.

Por esta razón visión y misión están estrechamente vinculadas.

¿Quiénes somos, qué hacemos, para quiénes?

La misión es una descripción de la razón de ser de la organización, establece su “qué hacer” Institucional, los bienes y servicios que entrega, las funciones principales que la distinguen y la hacen diferente de otras instituciones y justifican su existencia.

13.1.5. Correcta Definición de la Misión Institucional:

Cuál es el propósito de la organización.

- Qué hace: descripción de los productos finales (bienes y servicios que entrega).
- Para quiénes: identificación de los usuarios y beneficiarios a quienes van dirigidos los productos finales (bienes y servicios).
- Cuál es el efecto que se espera lograr: (resultado final) en la población objetivo a la que se dirige su accionar, a través de los productos provistos.

13.1.6. ¿Cómo se debe redactar la Misión?

La misión debe ser redactada en concordancia con la visión. Debe hacer alusión a las tareas que debe cumplir la organización para lograr los objetivos plasmados en la



visión. Además, debe determinar a quiénes sirve la institución, qué necesidades satisface y en qué se distingue de otras similares (Del Solar y Lavín, 2000).

13.1.7. Objetivos Estratégicos

¿Dónde queremos ir?

¿Qué resultados esperamos lograr?

- Logros que se espera concretar en un plazo determinado.
- Constituyen el instrumento principal para establecer los cursos de acción preferentes en un plazo definido, sobre los cuales se establecen los grandes ítems de los recursos necesarios.
- Deben partir necesariamente de un análisis situacional (diagnóstico) que permita identificar las brechas que dificultan obtener el mejoramiento esperado y los resultados que se quiere alcanzar.

13.1.8. ¿Cómo se redactan?

- Evidenciar el cambio o transformación que se espera.
- Evitar los verbos: “Contribuir”, “Fomentar”, “Procurar”.
- Responder a la ciudadanía hacia dónde se hacia dónde se hacia dónde se hacia dónde se dirigen los recursos asignados.
- Responder sobre el Beneficio esperado para los usuarios.

Constituyen la base para el establecimiento de los indicadores.

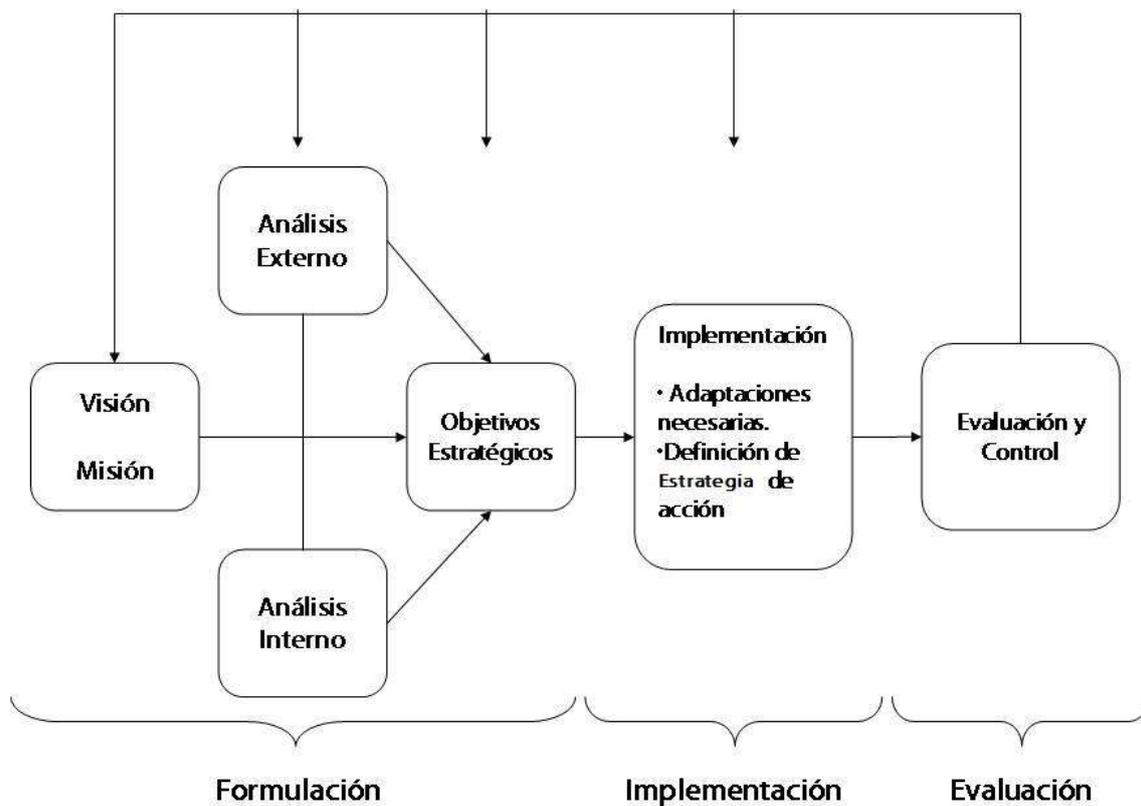
En el caso de las entidades se fija objetivos estratégicos, que son los referentes a tener en cuenta por los programas que dependen de estas entidades, ya sea ministerios, OPDs, Gobiernos regionales, Locales, etc.



Un objetivo estratégico institucional puede estar relacionado con uno o más programas.

13.2. LAS ETAPAS DEL PROCESO

La etapa de formulación se inicia con la definición sobre los lineamientos generales que enmarcan el funcionamiento de la organización. Éstos se esclarecen al definir tanto la misión como la visión organizacional.



13.2.1. VISIÓN

Al respecto es el que señala Bendlin, quien entrega tanto la idea fundamental que representa una visión como el origen que puede tener al señalar, de manera descriptiva, que ésta:



“Es la imagen del futuro de la organización a largo plazo.

Es el sueño generado por sus líderes o por un proceso participativo”.

Con el fin de tener mayor claridad acerca de las características que debe tener una visión, éstas se pueden simplificar de la siguiente manera:

- “Clara y alejada de la ambigüedad,
- Que dibuje una escena,
- Que describa el futuro,
- Que sea memorable y comprometedora,
- Que incluya aspiraciones que sean realistas,
- Que esté alineada con los valores y cultura de la organización,
- Que esté orientada a las necesidades del cliente (si es para una organización de negocios)”

13.2.2. MISIÓN

Las organizaciones no se crean por el sólo objeto de que existan, es decir, no tienen un fin en sí mismo sino que son una forma a través de la cual es posible coordinar los esfuerzos de distintas personas para facilitar el logro de objetivos que tienen en común. Es esta la misión fundamental que tiene la organización. Ahora bien, es posible entender la misión organizacional de distintas maneras, de acuerdo a los distintos ámbitos de donde provenga. Así, por ejemplo, se enfatiza la importancia de la misión en una organización empresarial cuando se señala que ésta “representa las funciones operativas que [la organización] va a ejecutar en el mercado y va a suministrar a los consumidores”.



Esta idea de misión que está asociada al desarrollo empresarial de la planificación, también se puede entender como “[...] la razón de ser de la empresa considerando sobre todo la atractividad del negocio”.

13.2.3. DIAGNÓSTICO

Un diagnóstico se desarrolla tanto para conocer la situación de una institución como para conocer las causas de los problemas que impiden que puedan realizarse las actividades establecidas de acuerdo a lo definido. Sin embargo, para graficar lo que representa un problema, es necesario entender lo que éste implica. Una definición adecuada es la que entrega Carlos Matus quien, dentro de la planificación situacional, señala que un problema es básicamente toda diferencia entre la realidad actual y la realidad que se desea lograr.

Así, teniendo claridad sobre ambos conceptos, diagnóstico y problema, es posible entender la utilidad que representa en el análisis interno y externo de la organización.

13.2.4. ANÁLISIS DEL ENTORNO

Todas las organizaciones están relacionándose permanentemente con su entorno ya que, a través de él, obtienen los insumos necesarios para generar los productos que posteriormente les entregan a los clientes, usuarios y/o beneficiarios que también están presentes en el ambiente.

Hoy en día, las organizaciones funcionan como sistemas abiertos, lo que implica que están en permanente contacto con su alrededor y que ésta es una variable importante que inevitablemente influye en el funcionamiento de la organización condicionando, con ello, el logro de sus objetivos. Por ello, es necesaria la realización de un análisis del entorno en el que la institución se desempeña.



De acuerdo con Hill y Jones, este análisis “consiste en identificar las oportunidades y amenazas estratégicas en el ambiente operativo de la organización”.

Ejemplo:

1. OPORTUNIDADES	2. AMENAZAS
<ul style="list-style-type: none"> - Cambio de Gobierno. - Acuerdos de Cooperación - Fondos Concursables 	<ul style="list-style-type: none"> - Inestabilidad Social, política y/o económica - Desastres naturales - Competencia

13.2.4.1. Oportunidades:

Son factores y/o procesos externos que, de manera directa o indirecta, contribuyen al logro de los resultados propuestos. Las oportunidades son entendidas como "situaciones que se encuentran en el entorno y que pueden ser aprovechadas para facilitar el logro de objetivos, la realización de la misión y el cumplimiento del rol propuesto por la organización. Son situaciones en que una institución, utilizando bien sus fuerzas, puede lograr ventaja respecto a las demás. La lista priorizada de las oportunidades debe tenerse muy en cuenta al momento de plantear la Visión de futuro.

13.2.4.2. Amenazas:

Son factores, personas o situaciones que, de manera directa o indirecta, influyen negativamente a la organización y que pueden hacerla retroceder, debilitar o destruir



13.2.5. ANÁLISIS INTERNO

Así como se realiza un análisis externo para detectar las oportunidades y amenazas que éste ofrece a la organización, es necesario también, saber las condiciones en que la misma se encuentra, tanto para enfrentar las oportunidades como para enfrentar las amenazas. Esa información se obtiene a través del análisis interno, el que busca detectar tanto las fortalezas como las debilidades que tiene la institución con el fin de determinar la capacidad de la empresa/ institución analizada para lograr los objetivos.

13.2.5.1. Fortalezas

Son las características propias del desarrollo de la Organización que se presentan como factores clave para su desarrollo superior. Elementos que hacen de la Organización un ambiente propicio para su desarrollo y que es imprescindible identificar para garantizar una utilización adecuada y para transformarlas en el fundamento de las decisiones estratégicas que conducen al perfeccionamiento de las políticas de la empresa.

13.2.5.2. Debilidades

Son características igualmente internas, pero que representan factores que dificultan el desarrollo superior de la Organización. Estas condiciones hacen de la Organización un ambiente desfavorable para su desarrollo y es importante conocerlas para generar estrategias que tiendan a superarlas.

Es importante entender la particular importancia que tiene una adecuada detección de las debilidades que tiene la institución para enfrentar los desafíos que presenta el entorno o que desea afrontar la propia institución, ya que su conocimiento es clave para generar las medidas que permitan solucionarlas o, al menos, paliarlas (aprovechando



también las oportunidades que el entorno ofrezca) de tal manera que no se transformen en barreras infranqueables que impidan el cumplimiento de los objetivos definidos.

Ejemplo:

1. FORTALEZAS	2. DEBILIDADES
<ul style="list-style-type: none"> - Compromiso de los funcionarios con su organización - Actitud proactiva frente a desafíos - Buena percepción ciudadana con respecto a la organización. 	<ul style="list-style-type: none"> - Moral organizacional baja - Clima organizacional inadecuado - Recurso humano no identificado con la organización

13.2.6. DETERMINACIÓN DE OBJETIVOS ESTRATÉGICOS

Una vez definidas la visión y misión que serán la justificación, tanto de la existencia como de las actividades que realice la organización, y considerando la información obtenida de los análisis del ambiente externo e interno de la organización, se tienen las bases para la definición de los objetivos que permitirán lograr concretar lo definido en la misión considerando los antecedentes provenientes del proceso de diagnóstico.

A través de estos objetivos serán operacionalizadas en hechos concretos las ideas definidas anteriormente, lo que permitirá definir la realización de actividades concretas con plazos y recursos específicos, de tal manera de darle sentido al accionar organizacional.

Sin embargo, antes es necesario tener claridad en lo que es un objetivo y lo que implica su definición para el funcionamiento institucional.



13.2.6.1. ¿Qué es un Objetivo?

Los objetivos representan la operacionalización de las definiciones formuladas en la misión y visión organizacional.

Cerrud entrega una definición amplia donde “los objetivos son los ideales y los sueños viables [...]. De ahí la importancia de fijar un objetivo primario o global de la institución y formular objetivos básicos por las distintas actividades o funciones”.

13.2.6.2. Objetivos Estratégicos

Son los resultados específicos de mediano plazo (más de un año) que la Organización busca lograr, a través del esfuerzo intencionado y en el contexto de los desafíos que plantea la Visión, con lo que se entiende el contexto en que deben formularse y la periodicidad que deben tener, de tal manera que permita ir produciendo resultados visibles y evaluables y realizar las modificaciones necesarias que permitan ir adaptándolos de acuerdo a los cambios que sufra el plan.

13.2.6.3. Determinación de Objetivos Estratégicos. El método de análisis FODA

La determinación de los objetivos estratégicos, como toda decisión, exige la existencia de información que permita orientarla y justificarla ya que es de una gran trascendencia para la organización, su entorno y sus integrantes. En el proceso de planificación, estos antecedentes se obtienen, como se ha señalado en el diagnóstico, a través de los análisis internos y externos.

Sin embargo, para que esta información sea de utilidad, es necesaria su sistematización con el fin de facilitar su análisis y, con ello, la extracción de ideas que sirvan como base para la adopción de las decisiones que se deben tomar.



Esta sistematización es posible lograrla a través de la Matriz de Análisis FODA (Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas) cuya esquematización entrega una referencia sobre la orientación que deben seguir la decisión a tomar, a saber:

ANÁLISIS DE ENTORNO ANÁLISIS INTERNO	OPORTUNIDADES	AMENAZAS
FORTALEZAS	Potencialidades	Riesgos
AMENAZAS	Desafíos	Limitaciones

A partir de este esquema se pueden orientar las decisiones ya que entrega las siguientes orientaciones:

- Las oportunidades que presenta el entorno sobre aspectos, factores o componentes de la organización que se han definidos como fortalezas de la misma, representan potencialidades sobre las cuales debería orientarse la definición de objetivos estratégicos, ya que representan áreas en las que se cuenta con las capacidades para generar importantes beneficios para la institución.

Ejemplo: Potencialidades

- Entregar productos y servicios a la ciudadanía con mayor valor para ellos, de tal forma de que les sean más útiles.
- Crear nuevos productos y servicios, que permitan a la organización cumplir mejor con sus funciones.



Las oportunidades que presenta el entorno sobre aspectos que son considerados como una debilidad de la organización representan desafíos hacia la misma, ya que existen las condiciones en el ambiente exterior que permiten enfrentar las debilidades tanto para superarlas o para paliarlas, de tal manera de eliminar o disminuir sus efectos negativos.

Ejemplo: Desafíos

- Posicionar mejor a la organización dentro de su entorno.
- Obtener mayores facultades para cumplir con sus funciones
- Obtener más presupuesto para desempeñar sus tareas.

Las amenazas que presenta el entorno sobre las fortalezas de la organización representan riesgos para éstas, ya que pueden afectar su contribución a la institución, por lo que deben tomarse decisiones que apunten a tomar medidas que permitan protegerlas y blindarlas de los efectos nocivos que pueda tener sobre ella.

Ejemplo: Riesgos

- Que la ciudadanía valore menos las prestaciones que le entrega la organización.
- Que, ante un recorte presupuestario, se afecte el desempeño de la organización.

Finalmente, las amenazas que impone el entorno sobre aspectos considerados como debilidades de la organización corresponden a la situación más compleja para la decisión ya que representan limitaciones que reducen las opciones de decisión a aquellas que le permitan sobrevivir a la organización, disminuyendo lo más posible los perjuicios que la situación trae consigo.

Ejemplo: Limitaciones

- Una gran demanda repentina (por ejemplo, ante un desastre natural) si se cuenta con poco personal y presupuesto.
- Un recorte presupuestario limite el accionar del organismo que limite su funcionamiento.

Teniendo esto presente, es posible entender el esquema que propone David, el cual complementa y sintetiza lo señalado anteriormente

ANÁLISIS DE ENTORNO ANÁLISIS INTERNO	OPORTUNIDADES	AMENAZAS
FORTALEZAS	Estrategia FO: Utilizar las fortalezas Para aprovechar las oportunidades	Estrategia FA: Superar Las debilidades para Aprovechar las oportunidades
AMENAZAS	Estrategia DO: Utilizar las fortalezas para evitar las amenazas	Estrategia DA: Reducir al mínimo las Debilidades y evitar las amenazas

13.2.7. IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA

Con la formulación de los objetivos estratégicos, finaliza la etapa de diagnóstico del proceso de planificación estratégica. Se han definido las directrices que guiarán el funcionamiento de la organización y se ha obtenido la información respecto a la situación en que ésta se encuentra.

Ahora es necesario materializar lo formulado en el papel, “pasar del dicho al hecho” como dice el refrán. Pero, como versa otra frase popular, “del dicho al hecho hay un gran trecho”; ha sido reconocido por diversos autores como una de las principales



debilidades la falta de concreción que tienen los planes, haciendo de estos sólo una declaración de buenas intenciones que después pasan a engrosar los archivos.

De acuerdo con Cerrud, el proceso de implementación del plan implica la definición de un conjunto de etapas relacionadas entre sí, que entregan tareas y responsabilidades a cada unidad de la organización, haciéndolas partícipes del proceso, al aportar a éste sus capacidades particulares. Este autor señala la importancia de establecer un esquema de acción basado en:

13.2.7.1. Fijar Metas: Las metas son resultados a corto plazo (anuales). Son fundamentales para la ejecución acertada de estrategias debido a que forman la base para la asignación de recursos, constituyen un instrumento para controlar el avance hacia el logro de los objetivos y fijan prioridades de la empresa.

Las metas deben ser bien formuladas, [lo que implica] que sean coherentes con los objetivos señalados y que sirvan de respaldo a la ejecución de las estrategias. Las metas [al igual que los objetivos] deben ser medibles, coherentes, razonables, estimulantes, claras y que se conozcan dentro de la organización. Deben informar sobre cantidad, costo tiempo y ser verificables.

13.2.7.2. Fijar Políticas: Se deben fijar políticas para resolver los problemas de la organización que surgen de los cambios en la dirección de estrategias. Por lo que es necesario establecer las partidas, métodos, procedimientos, reglas, formas administrativas específicas para darle apoyo al trabajo que busca las metas que se han fijado. Las políticas son instrumentos para la ejecución de estrategias, fijan las reglas de acción que deben tomarse para lograr las metas y objetivos de la empresa. En definitiva, las políticas vendrían a ser las reglas del juego necesarias para lograr los objetivos establecidos.



13.2.7.3. Asignación de Recursos: Después de la formulación de metas y políticas, se procede a la asignación de recursos. Este proceso debe realizarse de acuerdo con las prioridades fijadas en las metas aprobadas; son éstas las que imponen la forma en que se asignarán los recursos

13.2.8. LA EVALUACIÓN Y EL CONTROL DEL PLAN

Ahora bien, durante el proceso de planificación es muy posible que ocurran hechos no previstos que cambien las condiciones iniciales afectando, con ello, las definiciones formuladas en el plan. Para detectar estas anomalías, es necesario contar con sistemas que provean permanentemente información sobre el estado de evolución del plan en las distintas áreas de la organización. Es necesario establecer un sistema de control para obtener estos antecedentes con el fin de implementar las medidas que permitan corregirlas para que, de esta manera, se logren los resultados deseados.

Por otro lado, es importante generar mecanismos de evaluación que permitan verificar el cumplimiento de los resultados previstos estableciendo, en caso contrario, las causas por las cuales no se lograron, detectando responsables y los distintos costos que ello significa, sobre todo en relación con el logro de los objetivos definidos en el plan.

Por ello, es importante realizar evaluaciones y controles de manera permanente, ya que “a medida que suceden cambios internos y externos en la empresa, las estrategias formuladas y ejecutadas se vuelven obsoletas

13.2.8.1. La Evaluación

La evaluación del plan es un proceso que permite, básicamente, comprobar el logro de los resultados deseados en comparación a los resultados logrados, y determinar



las brechas existentes entre éstos, qué aspectos de la planificación fallaron y quiénes son los responsables de dichas fallas.

La evaluación es una manera de verificar esa racionalidad, midiendo el cumplimiento – o perspectiva de cumplimiento – de los objetivos o metas previamente establecidas y la capacidad para alcanzarlos.

Son distintas las modalidades de control que existen en las organizaciones. Sin embargo, para contribuir al éxito del plan es conveniente realizar una que enfatice la importancia del logro de los resultados deseados más allá de los procedimientos que se realizaron para obtenerlos, ya que lo importante es que el plan cumpla su propósito, es decir, que facilite el logro de los objetivos que la organización se ha propuesto conseguir.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aristóteles (1978); *Acerca del alma*; Gredos, Madrid.
- A. Hax, y N. Majluf (1996); *Gestión de Empresa con una Visión Estratégica*; Editorial Dolmen, Chile.
- Bauman, Z. (2007). *Los retos de la educación en la modernidad líquida*. Barcelona: GEDISA.
- Cerrud, A (2002); *Proceso de Planificación Estratégica*; USMA.
- E. Araya (2005a); *Introducción a la Planificación Estratégica*. Presentación en Diapositivas basada en Mintzberg, David, DIPRES, Hill & Jones y otros, Santiago.
- E. Araya (2005b); *Control de Gestión. Elementos Conceptuales*. Apuntes de Cátedra Planificación. Escuela de Gobierno y Gestión Pública; Universidad de Chile.
- E. Castillo (2005); *Planificación Estratégica y Control de Gestión*. Documento elaborado para Cátedra Planificación. Escuela de Gobierno y Gestión Pública; Universidad de Chile.
- E. Ander Egg (1995); *Introducción a la Planificación*; Editorial Lumen, Buenos Aires
- F. David (2003); *Conceptos de Administración Estratégica*; Editorial Pearson-Prentice Hall, México.
- Hill, Ch. y Jones, G. (1996); *Administración Estratégica*. Un enfoque integrado; Ed. McGraw-Hill, Colombia.
- H. Mintzberg, J.B. Quinn (1993); *El Proceso Estratégico*; Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, México.
- J. Brasesco (s/año); *Planificación Estratégica Situacional (PES)*; Documento extraído de www.ipap.sg.gba.gov.ar/mun_ml/reg_metnor/ejer/04.doc el día 21 de septiembre de 2005.
- Ministerio de Planificación y Cooperación (1994); *Métodos y Técnicas de Planificación Regional*; Editores Asociados Ltda., Santiago.
- O. Aramayo (2005); *El Deseo*; Universidad de Chile, Santiago.
- Real Academia Española (2000); *Diccionario de la Lengua Española*. España.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS



SEPARATA

**ECONOMÍA I
(Primer Ciclo)**

AUTOR: ECO. LUIS MIGUEL SOSA SOSA

CALLAO, 2021

PRESENTACIÓN

La Presente Separata forma parte del material didáctico del curso de Economía I correspondiente al primer Ciclo de la Carrera Profesional de Economía de la Universidad Nacional del Callao, está separata es un complemento de los temas desarrollados en el syllabus.

El material es una recopilación de los recursos didácticos del profesor utilizado para impartir las clases a los alumnos del primer ciclo, pretende realizar una evaluación exhaustiva de los principales principios económicos con la finalidad de que el alumno entienda los temas fundamentales de la carrera; presentando temas de interés que como la escasez, los problemas centrales de toda sociedad, el tema de eficiencia.

También se considera la teoría de la producción donde se procura conocer el funcionamiento de una empresa su función de producción y los elementos de la teoría de los costos empleadas por los economistas como por ejemplo los costos de oportunidad, un tema trascendente en este capítulo es la determinación de los beneficios marginales y la derivación de la curva de la oferta.

En el siguiente capítulo se presenta el modelo de competencia perfecta y su equilibrio, también se desarrolla la teoría de la conducta del consumidor como una introducción para inducir al alumno cuando tenga que desarrollar la asignatura de teoría microeconómica donde se profundizará este concepto.

Finalmente se desarrollara los mercados de competencia Imperfecta.

La presente separata no pretende reemplazar la numerosa bibliografía que hay sobre el tema, sino que emplea como metodología el lenguaje coloquial a fin de hacer entendible la teoría y capturar la atención del alumno, así mismo el empleo de gráficos que en textos revisados son pocos los autores que recurren a este tipo de ayuda sirve para analizar los beneficios marginales obtenidos de los mercados de competencia y la importancia que tiene la Teoría económica para interpretar la realidad.

EL AUTOR

OBJETIVOS

La economía es una ciencia Social que se encarga del estudio del uso adecuado de los recursos escasos de la distribución de los recursos y bienes materiales, con el fin de satisfacer las necesidades de una nación.

En tal sentido este material pretende alcanzar los siguientes objetivos:

- Que el alumno Conozca el problema de la escasez y el concepto de eficiencia. Y, la forma como se distribuyen los recursos.
- Conocer el funcionamiento de la empresa, como se determina su función de producción y sus costos.
- Entender el funcionamiento de los diferentes modelos del mercado tanto de competencia Perfecta como de competencia imperfecta.
- Analizar el comportamiento del Consumidor y la derivación de la curva de demanda a través del equilibrio del consumidor.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	7
CAPITULO I.....	8
Aspectos generales de la economía	8
LAS 3 FALACIAS HABITUALES DEL RAZONAMIENTO ECONÓMICO.....	10
LOS TRES PROBLEMAS DE LA ORGANIZACIÓN ECONÓMICA.....	11
La escasez	12
La eficiencia	13
PRINCIPIOS DE LA ECONOMÍA.....	14
CAPITULO II.....	19
TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y LOS COSTOS.....	19
Tipos de Organización.....	19
La función de producción	20
LA LEY DE LOS RENDIMIENTOS DECRECIENTES	22
TEORÍA DE LOS COSTOS.....	24
CAPITULO III.....	32
TEORÍA DEL CONSUMIDOR.....	32
Curva y Mapa de Indiferencia.....	33
La Restricción Presupuestaria.....	34
Equilibrio del Consumidor	35
La Curva de Demanda.....	35
Demanda individual y del mercado	38
La oferta de la empresa	39
Equilibrio De Mercado	41
CAPITULO IV.....	43
MERCADO DE COMPETENCIA PERFECTA.....	43
Maximización del beneficio en situación de competencia perfecta	45
CORTO PLAZO. Beneficio positivo	49
CORTO PLAZO. Beneficio nulo.	50
CAPITULO V.....	51
MODELO DE COMPETENCIA IMPERFECTA	51
Definición de Monopolio	52
Características del Monopolio	53
¿Cuáles son los problemas con el monopolio?	55

Competencia Monopolista y Oligopolio	60
BENEFICIO A CORTO PLAZO DE COMPETENCIA MONOPOLISTA	62
Modelos de empresa dominante y de competencia monopolística	63
OLIGOPOLIO.....	64
Bibliografía.....	66

INTRODUCCIÓN

La presente separata, es un documento complementario de la asignatura de Economía I, dirigido a los estudiantes de primer ciclo de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao.

El material de estudio comprende los principales temas del Syllabus y del material de clase del curso Economía I.

La economía se conceptualiza como” el estudio de la manera en que las sociedades utilizan los recursos escasos para producir mercancías valiosas y distribuirlas de manera eficiente entre los diferentes individuos”. (Paul Samuelson).

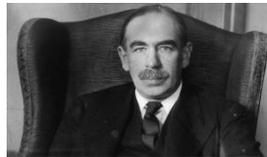
El estudio de la economía nos permite dar respuesta a diversas interrogantes del mundo real, como la pobreza, el desarrollo, abundancia, producción, el intercambio, el consumo de bienes; así como también a los de índole personal como por ejemplo lograré encontrar trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a conseguir trabajo en la profesión que estudio?, ¿Cómo afectará la aplicación de un nuevo impuesto a mis bolsillos?. Todas estas y muchas más constituyen problemas que siempre solemos preguntarnos y que la economía nos da respuesta a ellos.

CAPITULO I

Aspectos generales de la economía

¿Qué se entiende por economía?

Muchas son las definiciones que se dan sobre lo que se entiende por economía, aquí se dará algunas de estas definiciones dadas por los economistas más prestigiosos.



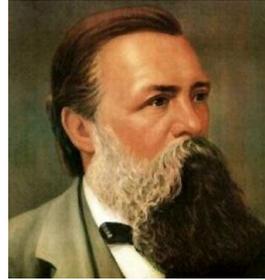
John Maynard Keynes

“Es un método antes que una doctrina, un aparato mental, una técnica de pensamiento que ayuda a su poseedor a esbozar conclusiones correctas”. Tales técnicas son la teoría económica, la historia económica y la economía cuantitativa”.



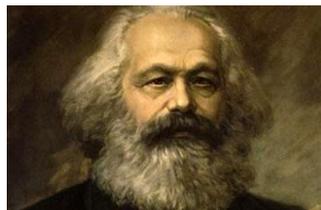
Lionel Robbins

"La economía es la ciencia que se encarga del estudio de la satisfacción de las necesidades humanas mediante bienes que, siendo escasos, tienen usos alternativos entre los cuales hay que optar.”



Friedrich Engels

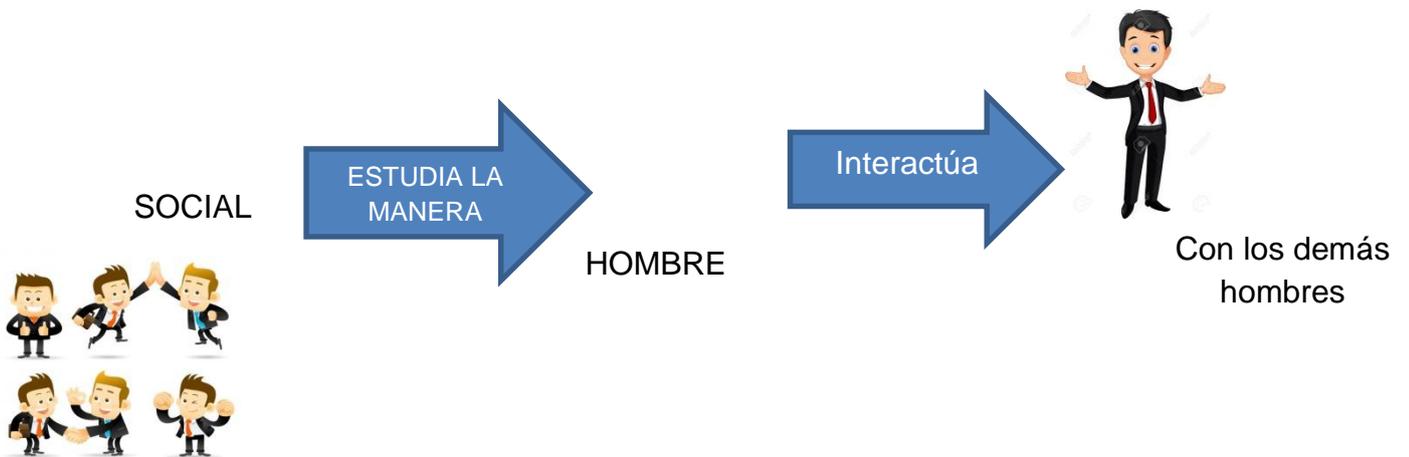
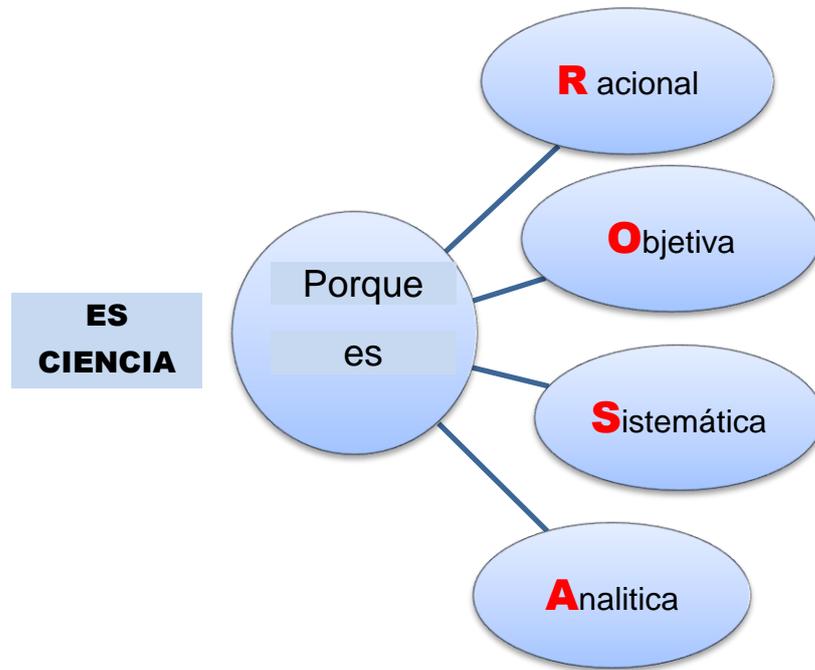
"La economía política es la ciencia que estudia las leyes que rigen la producción, la distribución, la circulación y el consumo de los bienes materiales que satisfacen necesidades humanas."



Karl Marx

"La ciencia que estudia las relaciones sociales de producción".

En general la economía es una Ciencia Social que se encarga de administrar los recursos escasos para satisfacer las necesidades del hombre.



LAS 3 FALACIAS HABITUALES DEL RAZONAMIENTO ECONÓMICO

- La falacia “post hoc”: cuando se supone que un acontecimiento sucedió antes que otro y que el primero fue la causa del segundo.

Es decir el problema de analizar las causas cuando no es posible la experimentación controlada

Ejemplo:

Si una persona piensa que vistiéndose con un traje verde en primavera las hojas de los árboles también pintarían de verde.

- No mantener todo lo demás constante: variables del análisis económico.

Ejemplo.

Pretender analizar la relación inversa que existe entre los precios de un bien y su cantidad demandada cuando no tenemos en cuenta que las demás variables que pueden afectar a la demanda no permanecen constantes.

- Falacia de la composición: sofisma Lo que es cierto para alguna de las partes es necesariamente cierto también para el todo .
Es decir las cosas no son lo que parecen a primera vista,

Ejemplo:

Una persona que tiene la habilidad de poder conseguir empleo y está preparado a trabajar por una menor remuneración puede resolver su problema personal de desempleo, pero el conjunto de personas no podrán resolver este problema en conjunto.

La economía limita con otras ciencias sociales tales como la Sociología, la Antropología, la historia, la psicología, la geografía, estadística etc.

LOS TRES PROBLEMAS DE LA ORGANIZACIÓN ECONÓMICA

¿Qué bienes se producen y en qué cantidad?

¿Cómo se producen los bienes?

¿Para quién se producen los bienes?

¿Qué Producir?

La respuesta es que bienes necesita la sociedad, Una sociedad debe decidir qué cantidad de cada uno de los muchos bienes y servicios debe producir y cuánto producirá. ¿Producirá hoy quesos o chompas? ¿Unas cuantas chompas de buena calidad o muchas chompas baratas? ¿Utilizará recursos escasos para producir muchos bienes de consumo (como quesos)

- ¿Cómo se producen los bienes? Una sociedad debe decidir quién los producirá, con qué recursos y qué técnicas de producción utilizará. ¿Quién se dedicará a la agricultura y quién enseñará? ¿Se generará la electricidad con petróleo, carbón o energía solar? ¿Contaminando mucho el aire o poco?

- ¿Para quién se producen los bienes? ¿Quién recogerá los frutos de la actividad económica? o dicho en términos formales, ¿Cómo habrá de dividirse el producto nacional entre los diferentes hogares? ¿Habrá muchos pobres y unos cuantos ricos? ¿Irán a parar las rentas altas a los altos directivos, o a los trabajadores? ¿Facilitará la sociedad un consumo mínimo a los pobres o deben éstos trabajar si quieren sobrevivir?

La escasez

La escasez expresa que la sociedad puede brindar menos de lo que los individuos desean tener.

En la teoría económica el concepto de, “**escasez**” no significa que no haya productos o recursos, sino que en comparación con las necesidades estas son menores que las necesidades. Satisfacer muchas necesidades y deseos con pocos recursos, nos obliga a elegir la mejor forma de usar nuestros recursos disponibles. Siendo el siguiente principio una clara muestra de este concepto “las necesidades de hombre son ilimitadas pero sus recursos que cuenta son escasos”.

Por ejemplo si usted desea acudir a un cine y cuenta con una determinada suma de dinero para gastarla en la entrada y las golosinas, pero no te alcanza el dinero para las palomitas, entonces podemos afirmar que usted tiene problemas de escasez, no puede satisfacer los dos deseos.

Este dilema que frecuentemente se enfrenta cualquier individuo que se encuentra en la disyuntiva de ir al cine o al teatro pero no las dos cosas a la vez es lo que se conoce como costos de oportunidad.

La eficiencia

“La ciencia económica estudia, en las prácticas del proceso de producción, la *ley del mínimo medio*, conducente a lograr el máximo rendimiento con el mínimo uso de recursos productivos” (Ramon & Gonzales, 2011). La Economía es sinónimo de sensatez y esta se expresa en términos de *eficiencia*, la cual consiste en maximizar el producto o en minimizar los costos (a partir de una cantidad dada de recursos empleados).

La economía nos brinda respuestas sobre la combinación óptima y la mejor técnica de producción empleada que daría lugar a una mayor cantidad de producto de la mejor calidad o bien: dada una cantidad de producto que se desea obtener, cual es la combinación y la técnica de producción que daría lugar al sacrificio mínimo de recursos?

El problema económico de la eficiencia se presenta cuando se manejan recursos escasos frente a necesidades y deseos de desarrollo creciente; si todos los bienes fuesen superabundantes como el aire, el problema económico no existiría. Pero el problema económico de maximización del beneficio o de minimización del costo debe considerarse en el contexto de la sociedad total, no desde el punto de

vista de la empresa en particular; una empresa puede realizar microeconomías y aumentar sus ganancias contaminando el ambiente, o explotando despiadadamente a sus obreros, o eludiendo el pago de impuestos, o usando en forma desproporcionada equipos mecánicos ,el Premio Nobel de Economía en alusión a este problema solía decir: A mi no me hablen de Producto Bruto Interno si no de Polución Nacional Bruta” (Samuelson, 1975)

PRINCIPIOS DE LA ECONOMÍA

Muchos economistas han tratado de establecer los principios de la economía

Mankiw (Mankiw, 1998), señala 10 principios básicos de economía:

- 1° Las personas enfrentan disyuntivas
- 2° El costo de una cosa es aquello a lo que se renuncia para obtenerla
- 3° Las personas racionales piensan en términos marginales
- 4° Las personas responden a los incentivos
- 5° El comercio puede mejorar el bienestar de todos
- 6° Los mercados normalmente son un buen mecanismo para organizar la actividad. económica
- 7° El gobierno puede mejorar algunas veces los resultados del mercado
- 8° El nivel de vida de un país depende de la capacidad que tenga para producir bienes y servicios
- 9° Cuando el gobierno imprime demasiados billetes los precios se incrementan

10° La sociedad enfrenta a corto plazo una disyuntiva entre inflación y desempleo

Las personas enfrentan disyuntivas

Se puede interpretar que las personas para obtener algo que queremos, muchas veces tenemos que renunciar a algo que de igual manera tiene nuestro interés.

Ejemplo:

Supongamos que una familia, debe decidir la mejor forma de gastar el ingreso familiar.

Presenta diferentes opciones como gastar en ropa, comida, salud o educación, que al final generan un debate considerando que apenas gastes dinero en uno, menos dinero tienes para el otro o simplemente ya no lo tiene.

El costo de una cosa es aquello a lo que se renuncia para obtenerla

Significa que renunciar a una cosa porque considera que la otra alternativa es muchas más conveniente.

Resultado de una comparación de los costos y beneficios de los diferentes bienes y servicios que se necesitan (COSTO DE OPORTUNIDAD).

Las personas racionales piensan en términos marginales

Personas racionales son aquellas que consideran un punto medio entre las posibles alternativas de decisión que deben tomar.

Ejemplo

Decidir cuantas horas de trabajo debe realizar, cuanto debe consumir son consideraciones a tomar. Su decisión dependerá si sus beneficios marginales supera a sus costos marginales, es decir si su ultimo beneficio obtenido supera a su ultimo costo obtenido.

Las personas responden a los incentivos

Un incentivo es algo que estimula a reaccionar de diferentes maneras

Ejemplo:

Una rebaja del precio del producto que se desea adquirir puede incentivar en su decisión de compra finalmente o el hecho de entregar un regalo por su compra incentiva la compra.

El comercio puede mejorar el bienestar de todos

El comercio mejora las cadenas de valor por ende mejora la distribución de los ingresos mejorando el bienestar de las personas.

Ejemplo

El aumento en las exportaciones, posibilita también el desarrollo de todas las actividades complementarias que están entorno a esta actividad mejorando la producción y el empleo.

Los mercados normalmente son un buen mecanismo para organizar la actividad económica.

La economía de mercado es un mecanismo que permite regular la actividad económica al decidir, ¿qué se debe producir? ¿cómo se debe producir? y ¿para quién se debe producir?

El gobierno puede mejorar algunas veces los resultados del mercado

Se necesitaría del gobierno en cuanto a leyes que defiendan, los derechos de propiedad de las personas para que puedan tener el control de estas mismas y de los recursos escasos que se distribuyen en esa propiedad.

También se necesitaría de quién pueda asegurar que tanto eficiencia y equidad de los recursos puedan ser promovidas correctamente.

El nivel de vida de un país depende de la capacidad que tenga para producir bienes y servicios

La tasa de crecimiento de la productividad de un país determina la tasa de crecimiento del ingreso promedio.

La relación fundamental entre productividad y nivel de vida es simple, pero sus consecuencias son de gran trascendencia.

Cuando el gobierno imprime demasiados billetes los precios se incrementan

Se dice que un incremento en la cantidad de dinero en circulación (oferta monetaria) provoca que los agentes económicos dispongan de más dinero lo cual motiva el incremento del gasto y por lo tanto el aumento de los precios.

La sociedad enfrenta a corto plazo una disyuntiva entre inflación y desempleo.

Un incremento en los trabajadores contratados reduce el desempleo.

Lo que lleva a la economía a enfrentar una disyuntiva entre inflación y desempleo, al incrementarse el empleo mientras la producción permanece constante genera un incremento en la demanda del mercado como consecuencia los precios del mercado también aumenta.



CAPITULO II

TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y LOS COSTOS

El empresario establece los objetivos de la organización, negocia con los distintos factores de la empresa y coordina las relaciones con el entorno en el que esta desarrolla su actividad.

Tipos de Organización

Colectiva: la empresa pertenece a un grupo de personas o socios, que aportan trabajo y/o capital y tienen una responsabilidad ilimitada.

- En comandita o comanditaria: está integrada por socios colectivos y socios comanditarios; la responsabilidad de estos últimos se limita al capital que aportan. Si el capital es aportado mediante acciones, se trata de una empresa *en comandita por acciones*.
- De responsabilidad limitada: los socios aportan capital y solo son responsables por los aportes realizados. (Paredes, 2010).
 - Sociedad anónima: en estas empresas el capital está dividido en pequeñas partes iguales llamadas acciones, lo que facilita la reunión de grandes capitales. Cada socio accionista solo responde por el capital que ha aportado. Así, al limitarse la responsabilidad de los propietarios, existe una menor protección legal para los acreedores de la sociedad.
 - Cooperativa: en este tipo de empresas los socios aportan capital y trabajo, y buscan satisfacer sus necesidades compartiendo riesgos y beneficios.
 - Las sociedades comerciales son aquellas que han adoptado una de las formas previstas por el Código de Comercio y, por lo tanto, se inscriben en el Registro Público de Comercio.

La función de producción

Dada una cantidad fija de factores, la cantidad de producto que se puede obtener depende del estado de la tecnología. Podemos describir la tecnología, esto es, el estado de los conocimientos técnicos de la sociedad en un momento determinado, La función de producción especifica la cantidad máxima de un bien que puede producirse con una cantidad dada de factores o insumos, y se define para un estado dado del conocimiento tecnológico.

La función de producción en el corto plazo: factores fijos y variables

El corto plazo es un periodo de tiempo a lo largo del cual las empresas pueden ajustar la producción cambiando los factores variables, tales como el trabajo y los materiales. En el corto plazo los factores fijos, como la planta y el equipo, no pueden ajustarse plenamente.

La función de la producción especifica la cantidad máxima de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores, se define en relación con un estado dado de los conocimientos técnicos.

Ejemplo

- en agricultura cavar zanjas para sembrar

En los países occidentales lo hacen con tractores (tiempo menor)

En china lo hacen los peones (tiempo mayor) se observan dos técnicas: una muy intensiva en capital y otra muy intensiva en trabajo que representan la función de producción de cavar. la función de producción cambia constantemente debido a los constantes avances en la tecnología.

Producto total medio y marginal

Producto total: es la cantidad total de producción que se obtiene en unidades físicas (libros, zapatillas).

Producto marginal (marginal significa adicional): el producto marginal de un factor es la producción adicional que se obtiene con 1 unidad más de ese factor, manteniéndose constantes los demás (tierra, maquinaria y todos los demás factores). en el gráfico se utiliza una unidad más de trabajo.

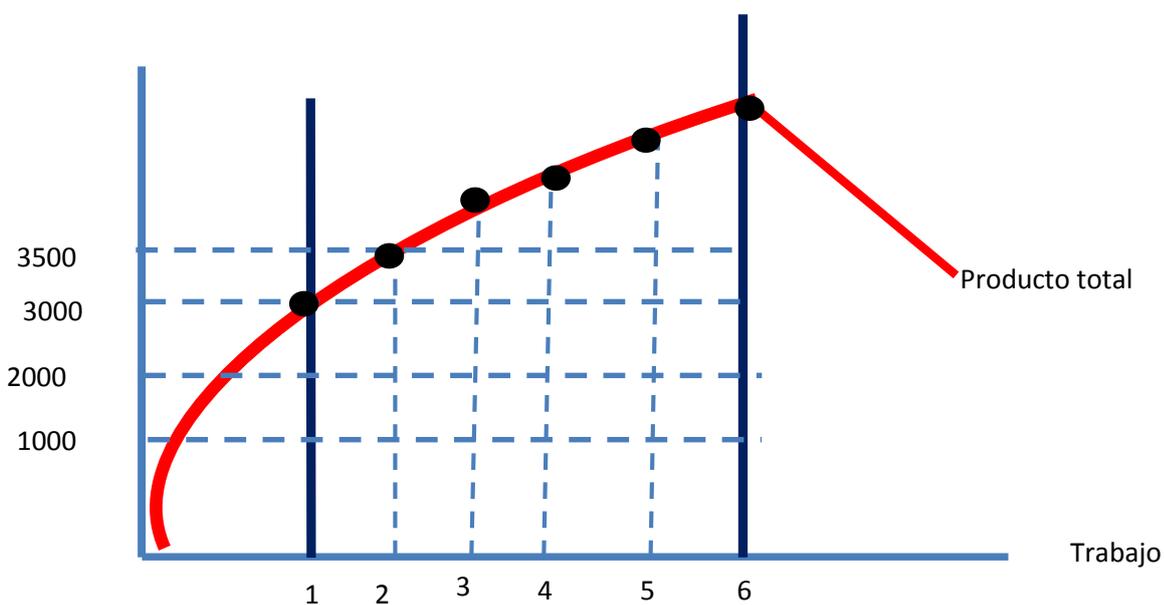
Producto medio: es igual a la producción total dividida por el total de unidades del factor.

Ejemplo:

En el siguiente cuadro se presente la producción de una empresa.

(1) UNIDADES DE TRABAJO	(2) PRODUCTO TOTAL	(3) PRODUCTO MARGINAL	(4) PRODUCTO MEDIO
0	0		
		2.000	
1	2.000		2.000
		1.000	
2	3.000		1.500
		500	
3	3.500		1.167
		300	
4	3.800		950
		100	
5	3.900		780

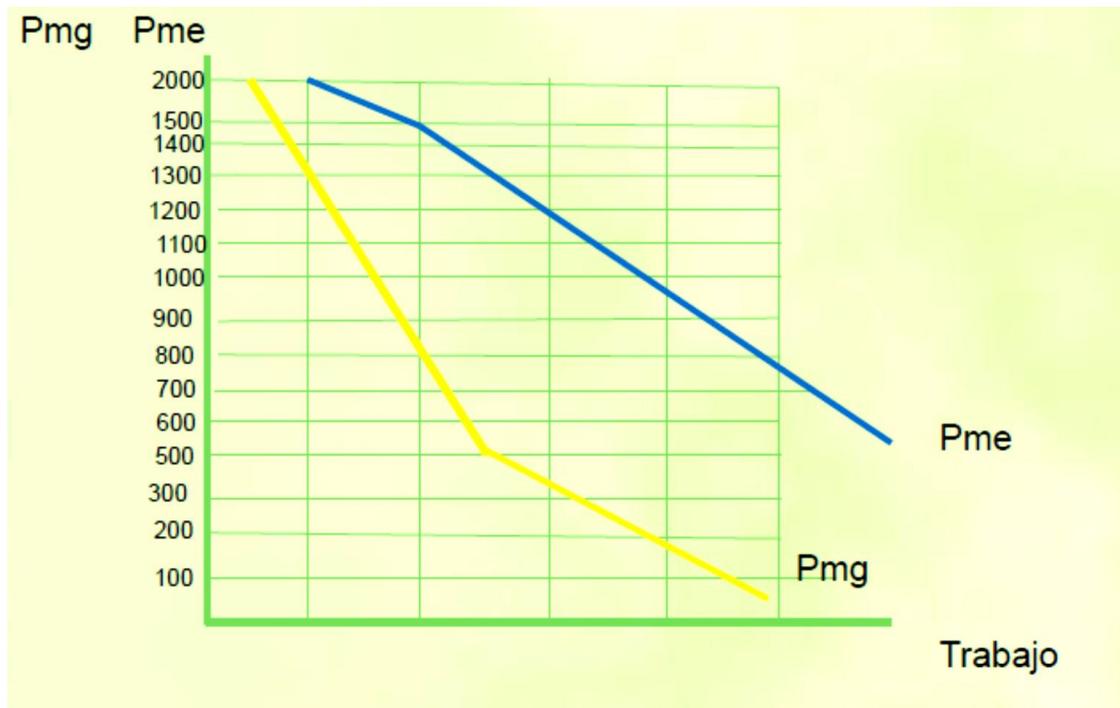
Producción



Etapa I rendimientos crecientes

Etapa II rendimientos decrecientes

Etapa III rendimientos Negativos

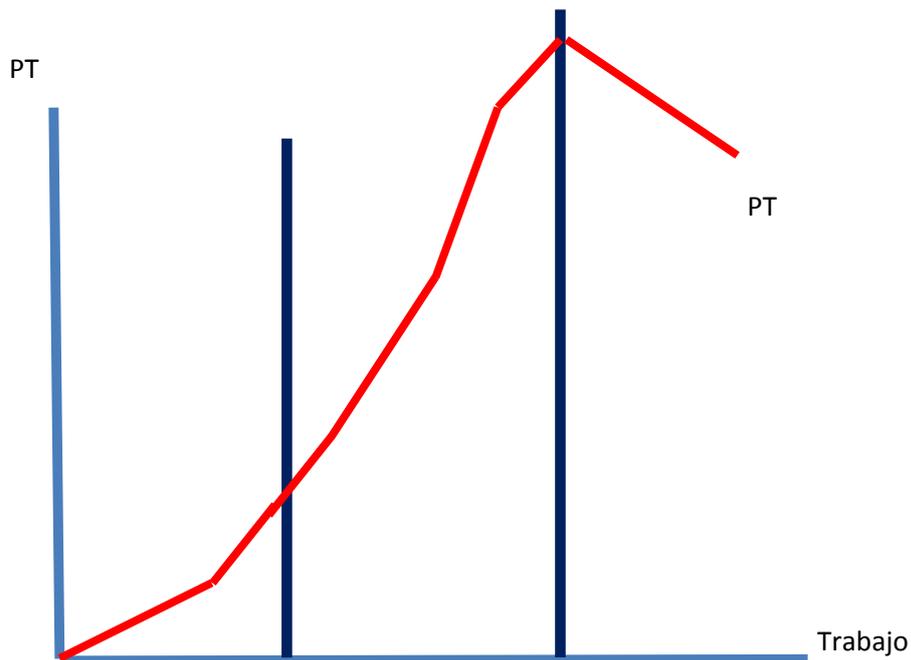


LA LEY DE LOS RENDIMIENTOS DECRECIENTES

Establece que cuando añadimos cantidades adicionales de un factor y mantenemos fijas las de los demás, obtenemos una cantidad adicional de producción cada vez más pequeña. en otras palabras, el producto marginal de cada unidad de factor disminuye a medida que aumenta la cantidad de ese factor, manteniendo todos los demás constantes.

Esta ley expresa una relación muy básica. a medida que se añade una cantidad mayor de un factor como el trabajo a una cantidad fija de tierra, maquinaria y otros factores, el trabajo tiene una cantidad cada vez menor de los demás factores para trabajar. (Ejemplo las florícolas.- hay demasiada gente trabajando en la tierra, la maquinaria se utiliza excesivamente, por lo que el producto marginal del trabajo disminuye)

L	PT	PM	PMG
0			
1	100	100	100
2	300	150	200
3	600	200	300
4	800	200	200
5	1000	200	200
6	1100	183	100
7	1200	171	100
8	1000	125	- 200



TEORÍA DE LOS COSTOS

Costos contables y costos explícitos

Antes de analizar los distintos tipos de costos, debe señalarse que en economía el concepto de costo utilizado es más amplio que el empleado en el ámbito contable, el cual se corresponde con el gasto monetario en que se incurre por la utilización de los factores productivos. En economía, el concepto de costo relevante es el costo de oportunidad e incluye los costos explícitos o contables y los implícitos o costos de los factores que no exigen un desembolso de dinero. Cuando la empresa contrata los recursos en el mercado, el costo monetario de estos coincide con el costo de oportunidad; en cambio, cuando se obtienen en el seno de la empresa, el costo contable puede ser inferior al costo de oportunidad, pues el factor productivo en cuestión podría utilizarse en una actividad alternativa.

La producción implica la utilización de *inputs* (factores productivos, materias primas y productos intermedios), lo cual genera un costo. *El costo viene determinado por el valor de los factores utilizados por la empresa para producir el bien.* La retribución de los factores que se emplean en la producción determinará los costos a los que se enfrenta el empresario. El nivel de costos es una variable importante para la empresa, pues, a partir del precio de venta de un determinado bien y, en consecuencia, del ingreso obtenido y del costo, el empresario decidirá que cantidad de dicho bien debe producir.

EL COSTO FIJO (CF)

Los costos fijos de una empresa son llamados también costos generales, están formados por conceptos como: alquiler de la fábrica, los intereses por deudas, los sueldos de la parte administrativa de la empresa.

Estos costos deben pagarse aun cuando la empresa no produzca y no varía aunque varía la producción.

EL COSTO VARIABLE (CV)

Es aquel que varía con el nivel de producción como: materias primas, los obreros, la energía eléctrica. El cv cero cuando q es cero.

Es aquella parte del CT que crece conforme aumenta la cantidad producida.

Los costos explícitos son los costos de los factores que exigen a la empresa un desembolso de dinero; Por el contrario, los costos implícitos son aquellos que no exigen a la empresa tal desembolso.

$$CT = CF + CV$$

Dónde:

CT = costo total

CF = costo fijo

CV = costo variable

EL COSTO MARGINAL (CMg)

Es el costo adicional de producir una unidad más supongamos que una empresa está produciendo 100 cd con un costo total de 100 soles. si el costo total de producir 101 cds es de \$106, el Cmg de producción es de \$6 por el cd último.

A veces el costo marginal de producir una unidad más puede ser muy bajo. en otros casos el costo marginal de otra unidad de producción puede ser muy alto. (Kafka, 1997)

El cálculo del costo marginal se obtiene restando el costo total de la última unida de producción menos el costo de la penúltima unida de producción.

El Costo Medio o Unitario (Cme)

Es al igual que el costo marginal, una de las definiciones que más se utiliza en la empresa; comparándolo con el precio o con el ingreso medio, las empresas pueden saber si están obteniendo un beneficio.

El costo medio es el costo total dividido por el número de unidades producidas.

$$\text{Costo medio} = \text{costo total} / \text{producción} = CT / q = Cme$$

El costo fijo (cfme)

Es el CFT dividido por q.

$$Cfme = CFT / q$$

Dado que el costo fijo total es una constante, al dividirlo por un nivel de producción cada vez más alto, tenemos una curva de costo fijo medio continuamente descendente. Es decir, a medida que una empresa vende más, puede repartir sus costos generales entre un número cada vez mayor de unidades.

EL COSTO VARIABLE MEDIO (CVMe)

Es igual al costo variable dividido por el nivel de producción

$$Cvme = CVT / q$$

Reglas importantes

- Cuando el Cmg es inferior al Cme se desplaza debajo de éste
- Cuando el Cmg es superior al Cme, se desplaza debajo él hacia arriba
- Cuando el Cmg es exactamente igual al Cme, éste no aumenta ni disminuye y se encuentra en su punto

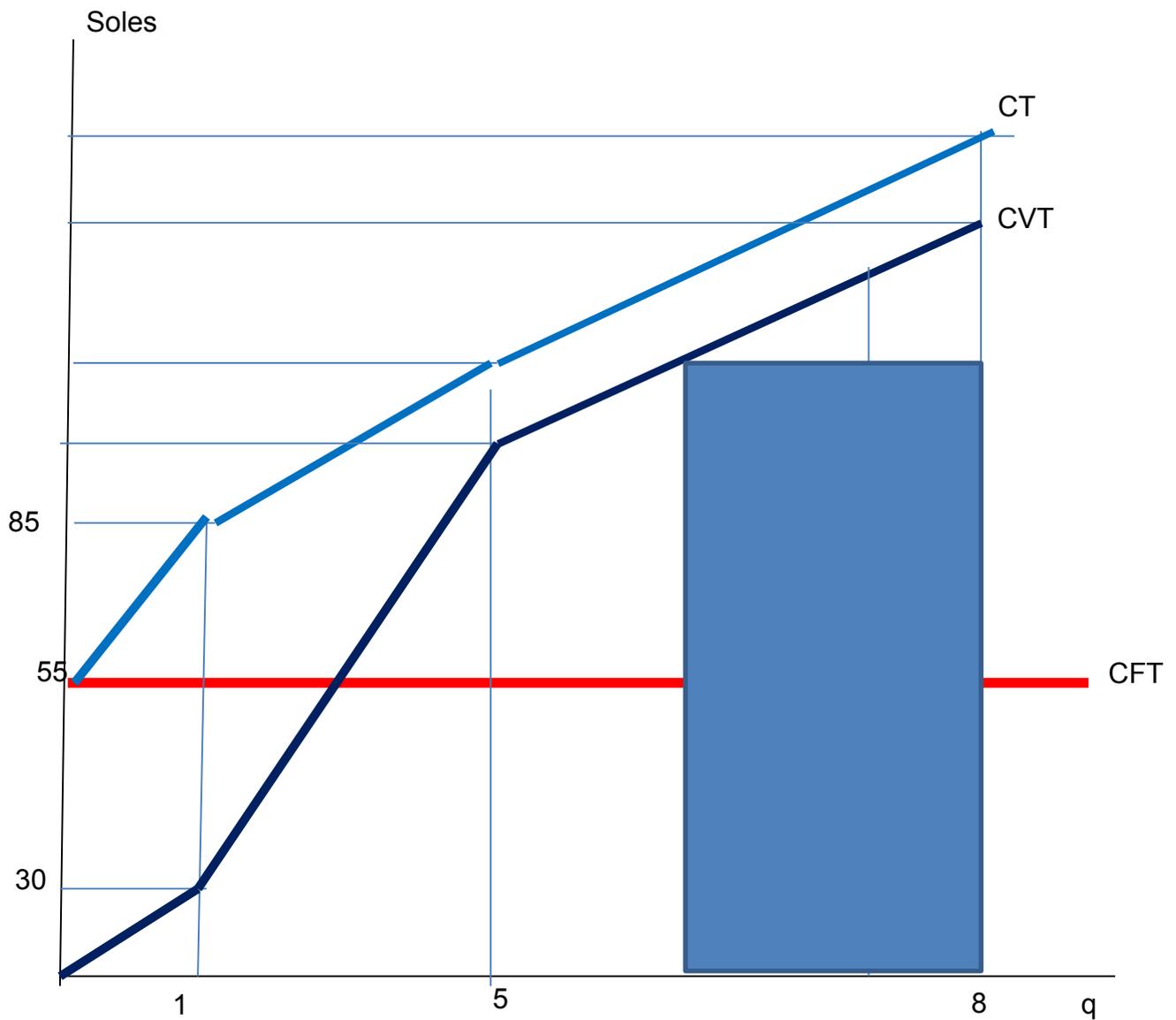
Ejercicio Propuesto

Complete el Cuadro y grafique

Cantidad Q	Costo fijo CF	Costo variable CV	Costo total CT	Costo fijo medio CFM	Costo variable medio CVM	Costo medio CM	Costo marginal CMg
0	55	0					
1	55	30					
2	55	55					
3	55	75					
4	55	105					
5	55	155					
6	55	225					
7	55		370				
8	55		480				

Solución

q	CFT	CVT	CT	CM	CFM	CVM	CMG
0	55	0	55	-----	-----	-----	
1	55	30	85	85	55	30	30
2	55	55	110	55	27.5	27.5	25
3	55	75	130	43.3	18.3	25	20
4	55	105	160	40	13.8	26.3	30
5	55	155	210	42	11	31	50
6	55	225	280	46.6	9.2	37.5	70
7	55	315	370	52.9	7.9	45	90
8	55	425	480	60	6.9	53.1	110



Costos económicos y costos de oportunidad:

Ejemplo

Supongamos que un pequeño fabricante de helados desembolsa 10 000 soles por mes para pagar las materias primas que necesita y el sueldo de un empleado. Dado que utiliza un local de su propiedad, no tiene que gastar dinero en alquiler, pero la suma mensual que pagan otras empresas por locales similares es de 5.000 soles. Por otro lado, este pequeño empresario

sabe que si se emplease como electricista (que era su profesión) ganaría 2000 soles al mes.

Costos contables = Costos explicitas = 10.000 soles

Sin embargo, todos los costos en los que incurre. Si bien la empresa no paga por utilizar el local, está renunciando a los 5.000 soles que podría obtener por darlo en alquiler, lo cual implica un costo de oportunidad.

El empresario renuncia a 2000 soles al mes por trabajar en su propia empresa en lugar de desempeñarse como electricista.

Costos implícitos = 5.000 soles + 2 000 soles = 7.000 soles

Consideraciones sobre la oferta: la importancia del costo de oportunidad

Ejemplo 1

- ¿Cuánto tiempo debe dedicar Javier a reciclar envases de refrescos?
 - Javier está tratando de decidir cómo va a repartir su tiempo entre su trabajo de lavar Platos por 6 soles por hora y recoger envases a 2 centavos cada uno.
 - El costo de oportunidad de recoger envases es de 6 soles por hora.

Ejemplo 2

Tiempo dedicado a buscar (horas al día)	Número total de envases encontrados	Número adicional de envases encontrados
0	0	600
1	600	400
2	1000	300
3	1300	200
4	1500	100
5	1600	

- Costo y beneficio

- 1 hora recogiendo envases = $(600)(0,02) = 12$ soles
- Beneficios (S/ 12) > Costo de oportunidad S/ 6
- Beneficios 2ª hora S/ 8 > Costo de oportunidad S/ 6
- Beneficios 3ª hora S/ 6 = Costo de oportunidad S/ 6

¿Cuál es el depósito por envase más bajo que induciría a Javier a dedicar 1 hora al día a reciclar?

Solución

600 envases x 1 centavo = S/ 6 = costo de oportunidad de lavar platos

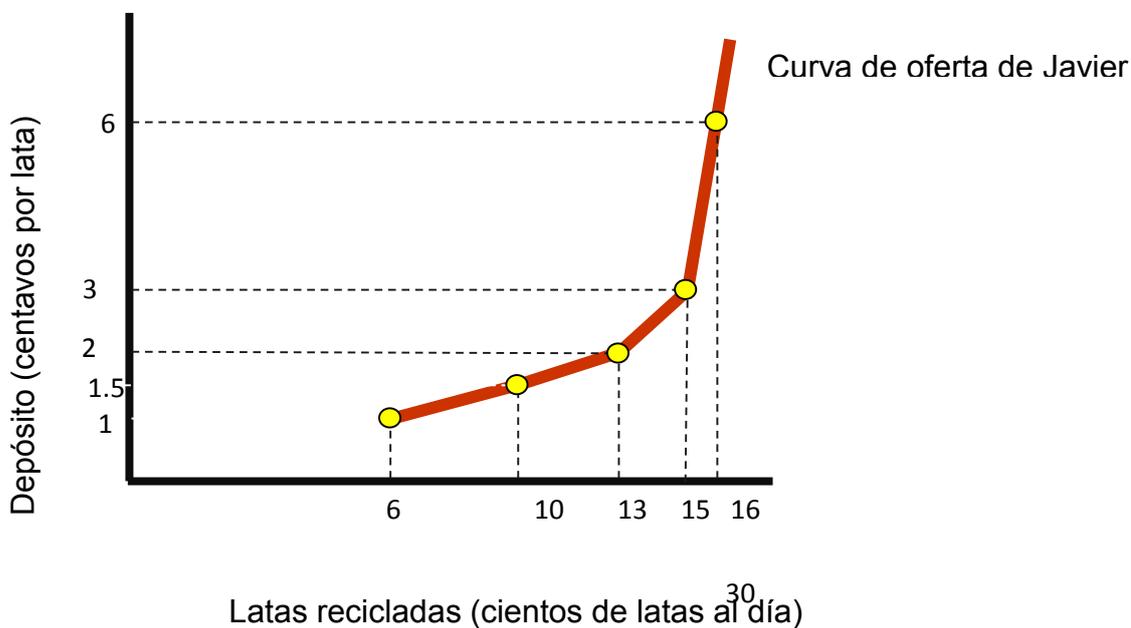
Precio de reserva

$$P(\Delta Q) = 6 \text{ SOLES}$$

- Precio de reserva

- 1 hora reciclado = $p(600) = 6$ Soles = 1 centavo
- 2 horas reciclado = $p(400) = 6$ Soles = 1,5 centavos
- 3 horas reciclado = $p(300) = 6$ Soles = 2 centavos
- 4 horas reciclado = $p(200) = 6$ Soles = 3 centavos
- 5 horas reciclado = $p(100) = 6$ Soles = 6 centavos

Curva de oferta de servicios de reciclado de un individuo

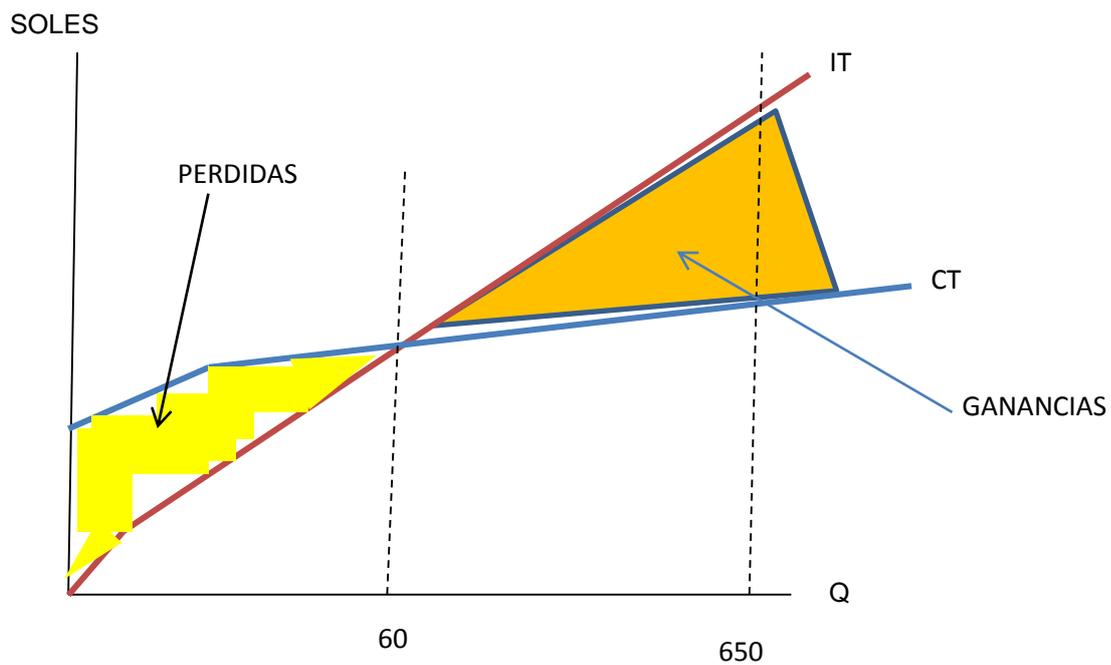


Problema

Se presenta el siguiente cuadro de producción , costos e ingresos

Si el precio es 1 sol

Q	CFT	CVT	CT	CFM	CVM	CM	CMG	IT	IM	IMG
0	42	0	42					0		
50	42	9	51					50		
60	42	18	60					60		
390	42	27	69					390		
520	42	36	78					520		
580	42	45	87					580		
630	42	54	96					630		
650	42	63	105					650		



CAPITULO III

TEORÍA DEL CONSUMIDOR

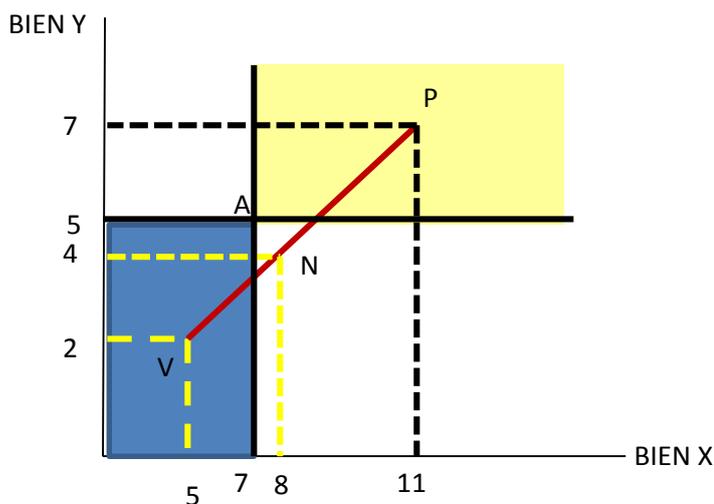
Preferencias: El consumidor puede ordenar sus preferencias. Esto implica que puede identificar que combinación de bienes o servicios prefiere.

Supuestos sobre las preferencias:

I. Completitud: el orden de las preferencias es completo,

II. Transitividad: dadas tres canastas, A, B y C, si prefiere la A a la B y la B a la C, entonces prefiere la A a la C.

III. Insaciabilidad: entendido como que la posesión de una mejor cantidad siempre es mejor

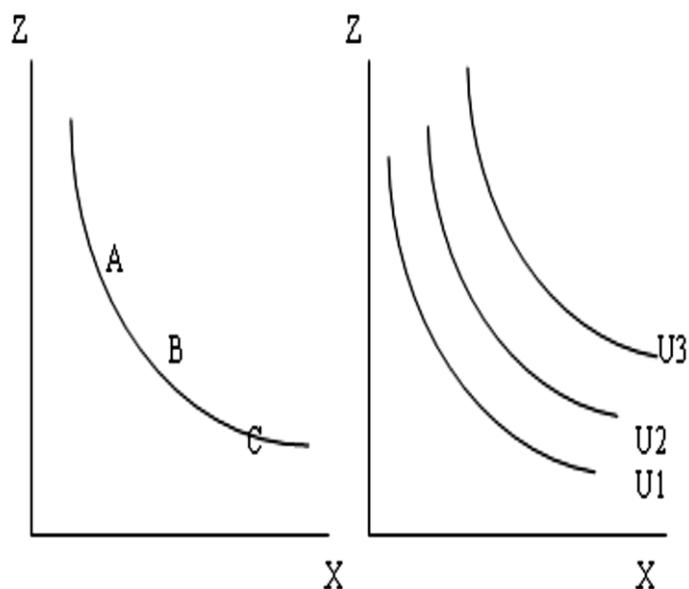


Supuesto: 2 bienes, Y y X.
La canasta A tiene 7 unidades del bien X y 5 del bien Y

Por la propiedad de insaciabilidad cualquier canasta del área amarilla (P) será superior y cualquiera de la celeste será considerada inferior (V). Por transitividad, como P es preferible a A y A a V, entonces P es preferible ante V. ¿Qué pasa con N?

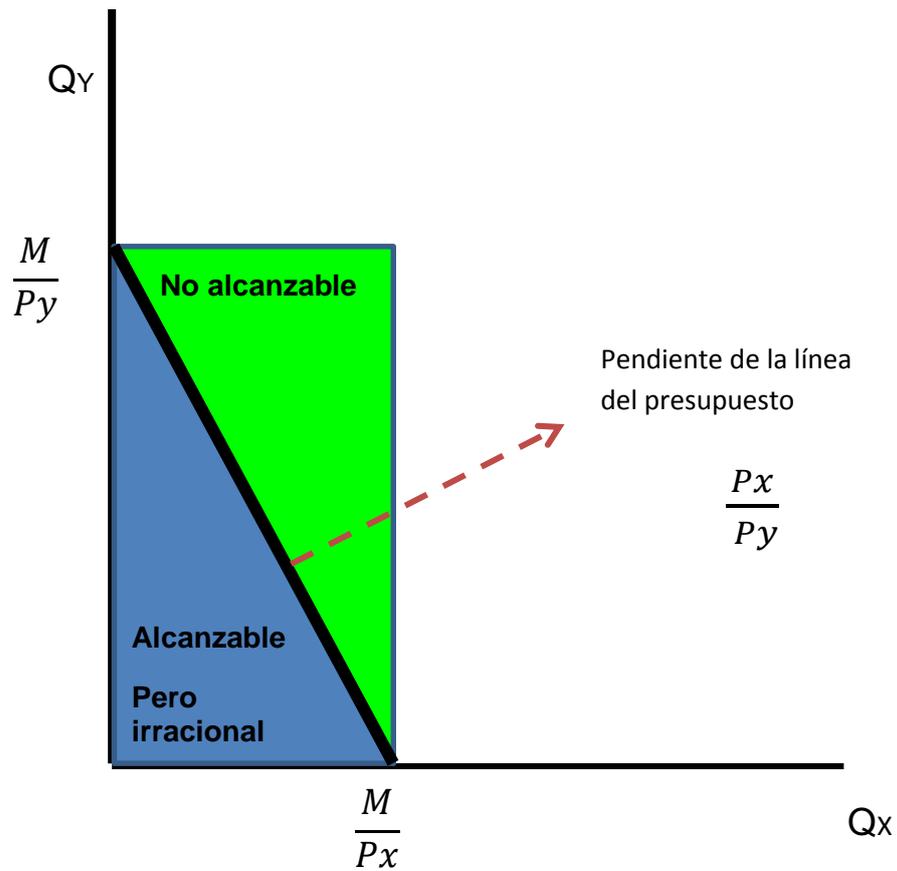
Suponemos que es indiferente a A. Con lo cual, el consumidor siente igual utilidad o satisfacción, consumiendo 5 unidades de Y y 7 de X, o 4 de Y y 8 de X. Está dispuesto a cambiar una unidad de Y por una adicional de X.

Curva y Mapa de Indiferencia



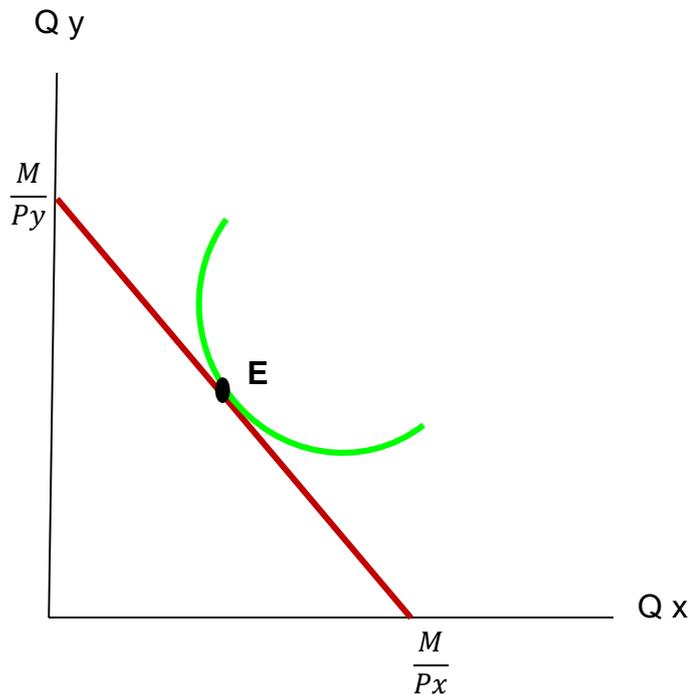
Existe un nivel de canastas que es indiferente al consumidor (A, B y C) y se representan en la **curva de indiferencia**, sobre la cual todas las canastas son indiferentes. El **mapa de indiferencia** (segunda gráfica) es el conjunto de curvas de indiferencia que resumen el ordenamiento de las preferencias. La Tasa Marginal de Sustitución (TMS) (tercer gráfica) mide la relación a la cual un consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro. En términos económicos es el **costo de oportunidad** de un bien.

La Restricción Presupuestaria



- El consumidor recibe un ingreso (M) que lo consume totalmente, dividiendo entre los bienes X y Y .
- Q_y y Q_x son las cantidades consumidas de X y Y y P_y y P_x los precios respectivos.
- $M = P_x \cdot Q_x + P_y \cdot Q_y$, con lo cual,
- $Q_y = \frac{M}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} Q_x$

Equilibrio del Consumidor



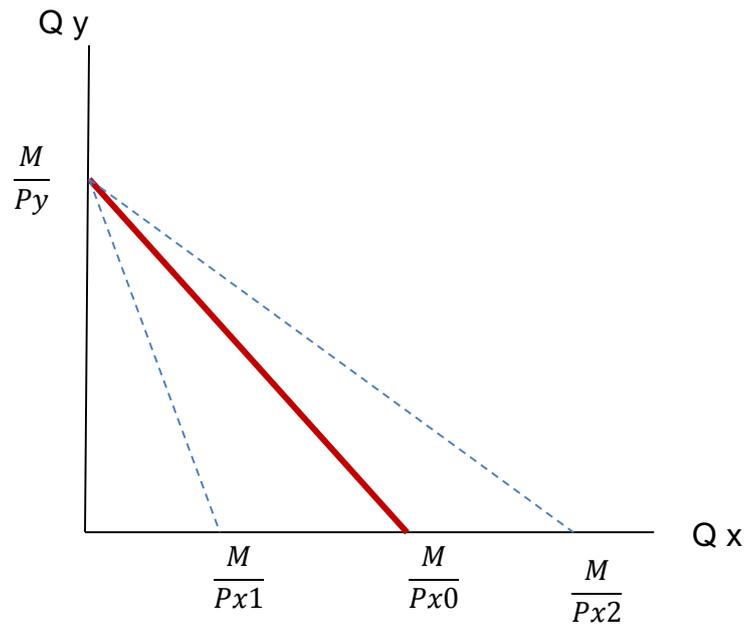
- Conjugando lo que desea el consumidor, expresado en las curvas de indiferencia con lo que puede (restricción presupuestal) se llega al equilibrio.
- En este punto (E), la pendiente de la recta se iguala con la de la curva de indiferencia, con lo cual la tasa marginal de sustitución (TMS)

$$(TMS) = P_x/P_z$$

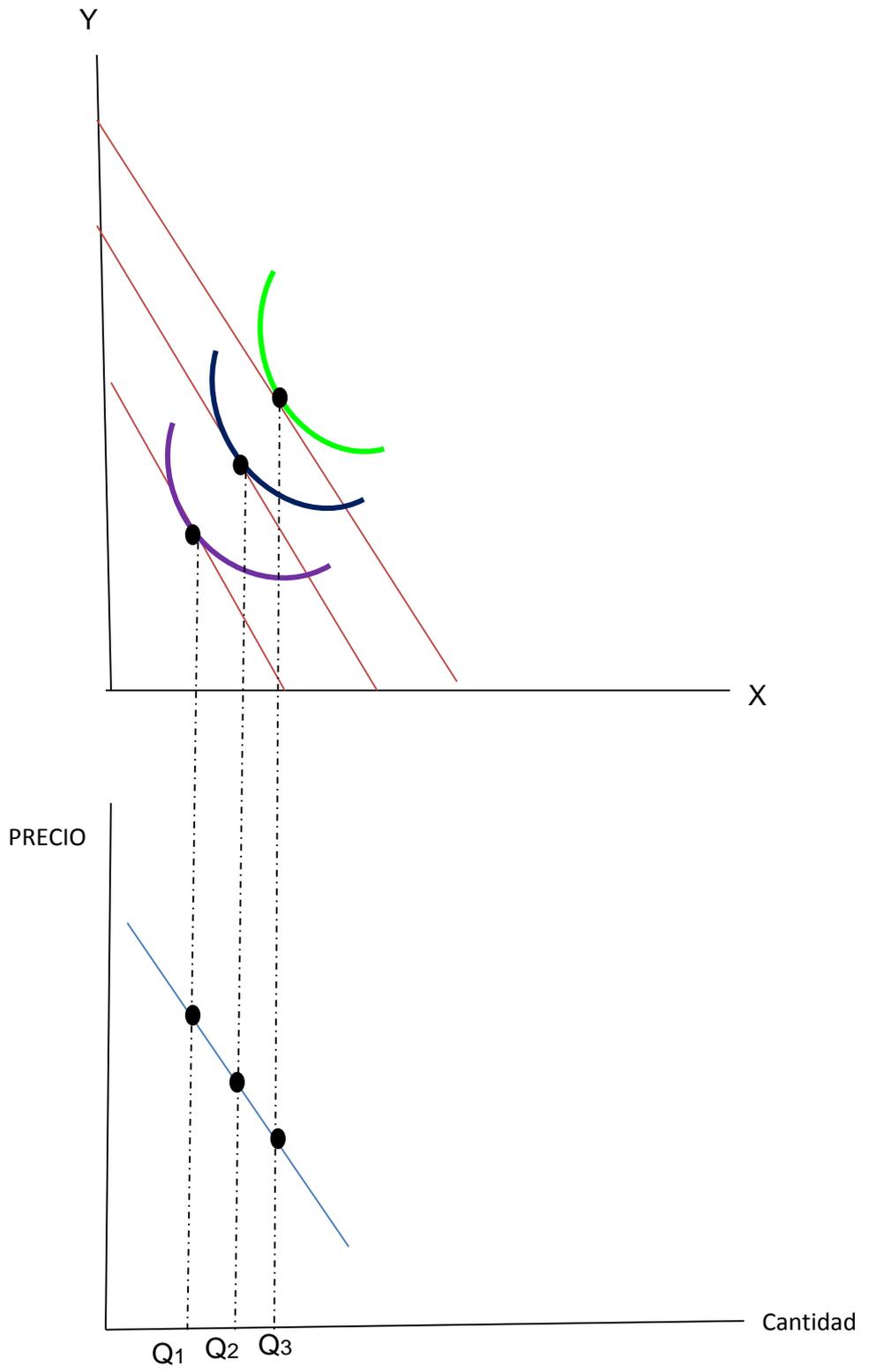
La Curva de Demanda

Cambio en el precio de X, sobre la recta de presupuesto.

Si cambia P_x , entonces el único cambio es en las posibilidades de consumo máximas si gastara todo en X. Eso cambia la pendiente



- La demanda es una relación matemática que vincula las distintas cantidades con los diferentes precios.
- Se trata de una relación inversa, que muestra que a medida que sube el precio de un bien, se reduce su demanda.



Demanda individual y del mercado:

La demanda comprende las cantidades de un bien o servicio que la familia estaría dispuesta a adquirir a diversos precios, considerando su restricción financiera, manteniendo las demás cosas constantes.

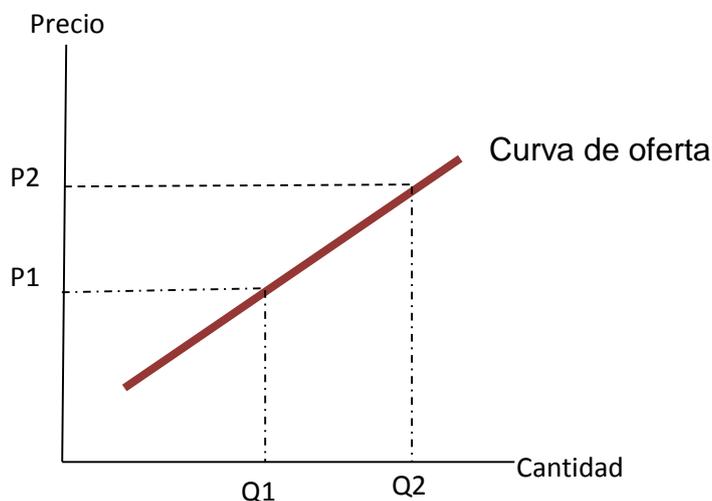
A través de la curva todos los movimientos implican cambios en la cantidad demandada, manteniendo lo demás constante.

No obstante, existen factores que producen movimientos o traslados de la curva, entre éstos:

- Los gustos: Las modificaciones en los gustos pueden producir efectos positivos o negativos sobre la demanda.
- Clima: hay bienes estacionales (helado, paseos, etc.) que en épocas del año tendrán una demanda mayor que en otra.
- Precios de otros bienes: dependiendo si los bienes son complementarios o sustitutos alterará la demanda positiva o negativamente.
- Ingresos: Aumentos o disminuciones del ingreso de los hogares, aumentará o disminuirá la demanda.
- Expectativas: Los movimientos “esperados” del ingreso y los precios son fundamentales para la determinación de la demanda actual.

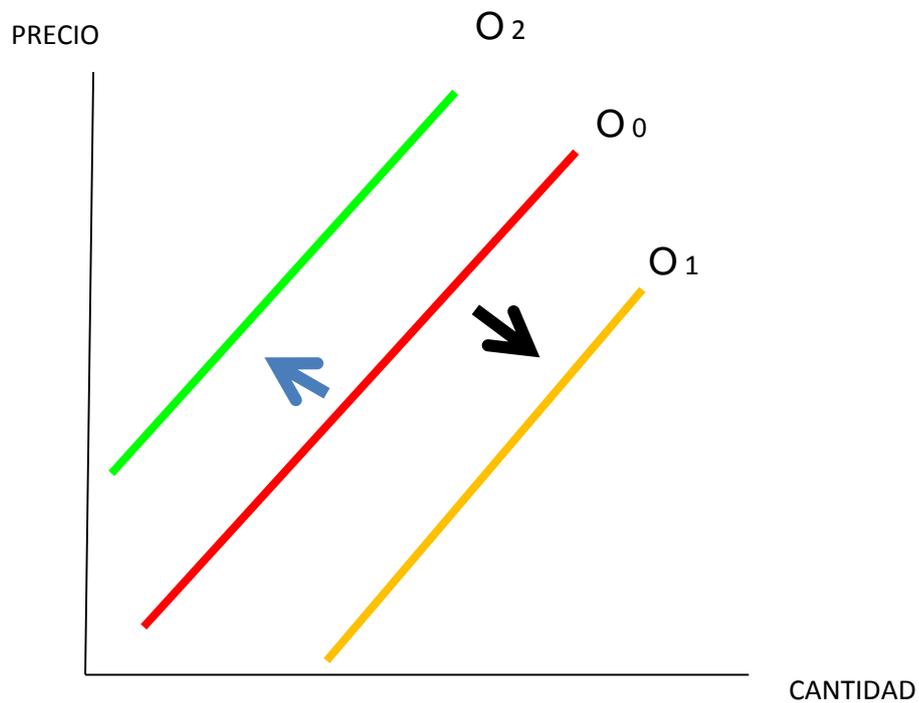
La oferta de la empresa

- **Una curva de oferta muestra las distintas cantidades ofrecidas por los productores a los distintos precios, con el fin de maximizar beneficios.**
- Visto el análisis anterior, una empresa ofrece, una vez que comienza a obtener beneficio por cada unidad, o sea cuando el Costo Marginal supera el Costo Variable Medio.
- La oferta del mercado es la suma de las cantidades ofrecidas por cada empresa.



- Al igual que con la demanda, si se modifica otro elemento además del precio, entonces los movimientos no serán sobre la curva, sino que implicarán desplazamientos de la misma. Esto sucede cuando:
 - Disponibilidad de una nueva tecnología.
 - Cambio en la oferta de insumos.
 - Cambios en el clima.
 - Cambio en los precios de producciones alternas.
 - Expectativas

Movimientos de la Oferta

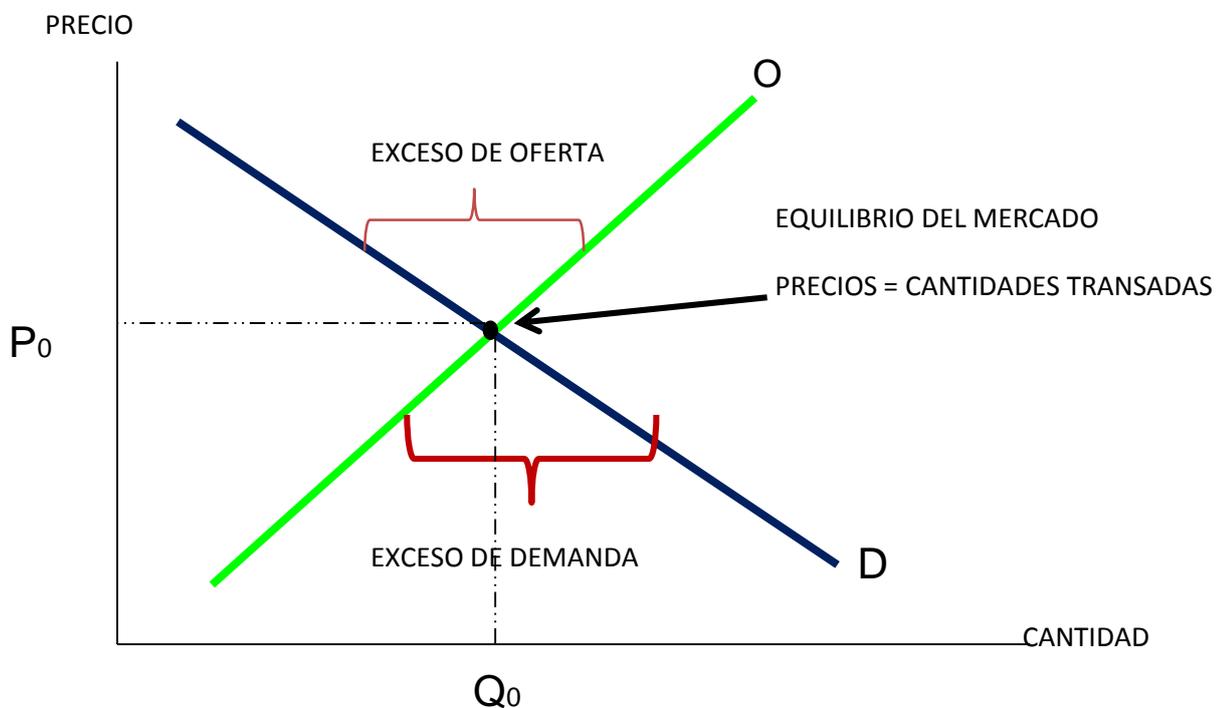


Equilibrio de corto plazo

Si se trata de un mercado de libre competencia (gran número de compradores y vendedores), el equilibrio se determina en el cruce de la oferta y la demanda agregada, dando como resultado el precio y la cantidad transadas.

El equilibrio representa una situación, dónde todos los compradores y vendedores están satisfechos.

Equilibrio De Mercado



El precio de un bien es su relación de cambio por dinero, o sea, la cantidad de unidades monetarias que se necesita para obtener a cambio una unidad del bien.

El precio cumple dos funciones básicas: la de suministrar información y la de proveer incentivos.

- Los compradores y vendedores se ponen de acuerdo sobre el precio de un bien;
- Fijando los precios para todos los bienes el mercado permite la coordinación de compradores y vendedores;
- El intercambio en el mercado es voluntario. Por tanto, se supone que ambas partes ganan en el intercambio, sino no se haría;

- Cuando se prohíba el intercambio privado se genera con él una escasez del producto en cuestión.

El equilibrio del mercado

Es el equilibrio entre los diferentes compradores y vendedores.

Los precios a los que los compradores desean adquirir exactamente la cantidad que los vendedores desean vender equilibran la oferta y la demanda.

Los mercados coordinan las decisiones individuales mediante ajustes de precios.

Supongamos el mercado de trabajo de los científicos:

Pensemos que la cantidad de científicos que se ofrecen es menor a la que las empresas quieren contratar.

Algunas empresas que quieren contratar científicos no podrán hacerlo.

Para que las elecciones de oferentes (científicos) y demandantes (empresas) sean compatibles, los demandantes deberán calmar su ansiedad y tendrán que ofrecerse más científicos. Un aumento de los honorarios de los científicos generará este resultado. Honorarios mayores alentarán a más estudiantes a dedicarse a la ciencia y se ofrecerán más científicos.

CAPITULO IV

MERCADO DE COMPETENCIA PERFECTA

La competencia perfecta se refiere a aquella situación de mercado en la que las empresas no tienen el poder suficiente para determinar el precio de los productos, por lo que no imponen las reglas del juego. Esto hace que sea la propia interacción entre ofertantes (empresas) y demandantes (clientes) la que determine el precio. En este mercado existe una gran cantidad de compradores que, junto a muchos vendedores, impiden que ninguno de los dos grupos ejerza una influencia decisiva en el precio. Todo depende del producto en cuestión, pero su precio es fijado de manera impersonal según las leyes que marcan la oferta y la demanda. (Samuelson & Nordhaus, 2010)

Factores del mercado de competencia perfecta Este mercado de competencia perfecta ha de cumplir, no obstante, algunos factores sin los cuales no podría darse:

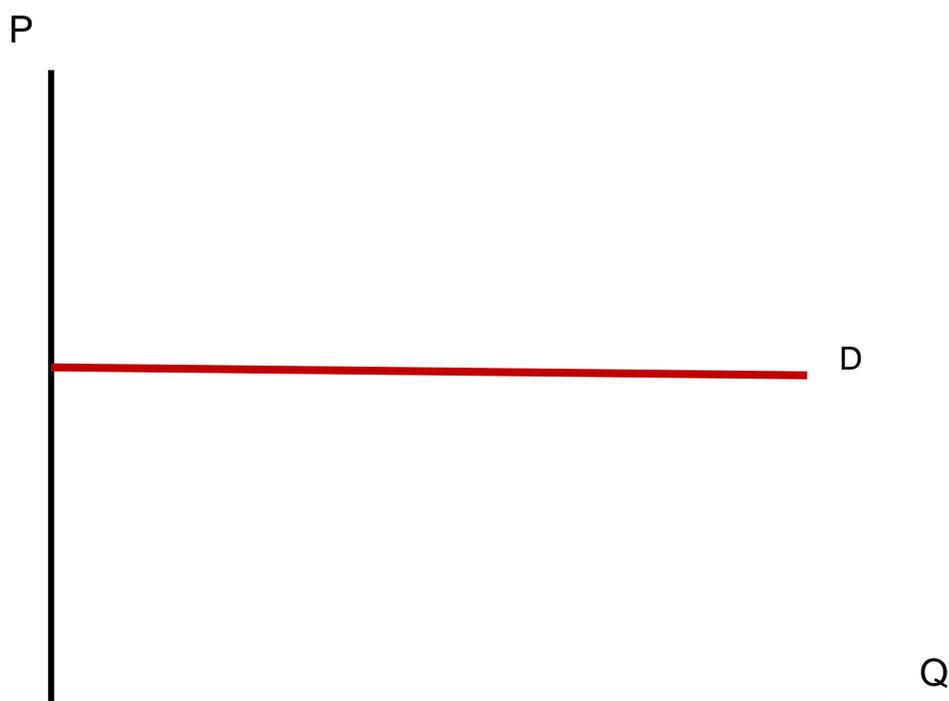
- No puede haber ninguna empresa con superioridad sobre las demás Todas concurren al mercado en condiciones de igualdad, por lo que el mercado no está centrado en pocas manos que influyan en el precio final.
- Nadie influye sobre los precios Ya sea comprador o vendedor.

Homogeneidad del producto Esto quiere decir que, en cada segmento del mercado, el producto es igual. Al consumidor le debe dar igual comprar el de un producto que el de otro. En este mercado idílico no hay campañas de marketing. Los vendedores no hacen que sus productos sigan una estrategia de mejora respecto a sus competidores, puesto que va en contra de la exigencia de la homogeneidad del producto.

Total transparencia Los agentes económicos conocen los precios y las características de los productos, para garantizar que la decisión de compra sea adecuada y racional.

Los productores y los vendedores no dedican tiempo a elaborar una estrategia de marketing para distinguir sus productos de los de la competencia, puesto que esto iría en contra del requisito de homogeneidad. De este modo, tampoco desarrollan estrategias de fijación de precios y programas de promoción de ventas como la publicidad.

La demanda se mantiene estable siempre y cuando dicha empresa se ajuste al precio de mercado.



Ejemplos de la competencia perfecta

Este modelo se trata de un ejercicio teórico, por lo tanto es difícil alcanzarlo en la realidad. Sin embargo, existen mercados que se asemejan al concepto de competencia perfecta:

Fabricación de pan: existen muchos tipos de panes que son similares en todas las panaderías. Además, en general, existen varias cafeterías o panaderías muy cerca de otras, por lo que es muy común que el precio del pan sea el mismo en todas las panaderías del sector.

Agricultura: este sector es el más cercano a la competencia perfecta, ya que cuenta con una gran variedad de vendedores que comercializan productos idénticos al mismo costo.

Maximización del beneficio en situación de competencia perfecta

Como en una situación de **competencia perfecta** la empresa es precio aceptante, entonces vende su producto al precio dado por el mercado, por lo que su punto óptimo será:

$$\mathbf{Costo\ Marginal = Ingreso\ Marginal = Precio}$$

A su vez la función de demanda equivale en la gráfica a la representación del precio, pues a ese nivel es al único al que se puede conseguir el producto en este mercado

El modelo de maximización de beneficios ofrece una explicación muy simplificada de la realidad, ya que normalmente aparecen variables más subjetivas relacionadas con los objetivos y motivaciones de sus dirigentes, la ausencia de información perfecta, las labores sociales, el respeto al medio ambiente o la escasez de recursos

$$\mathbf{M\acute{a}x. \pi = pX - C(X) = I(X) - C(X).}$$

Derivada primera:

$$\partial\pi / \partial X = IMg - CMg = 0$$

CORTO PLAZO

Condiciones particulares.

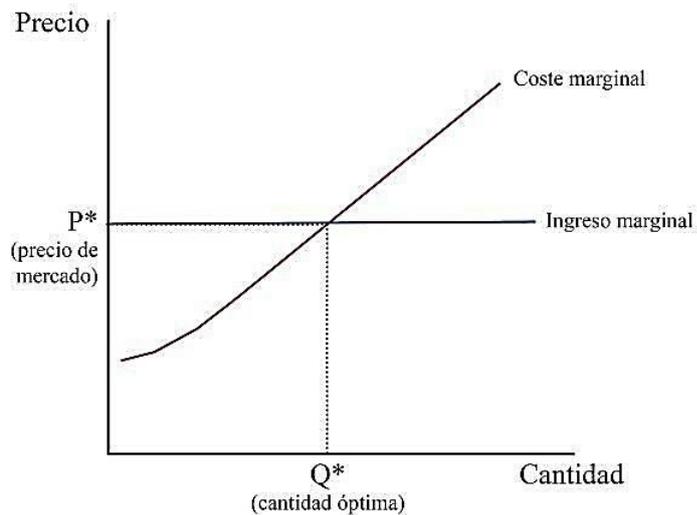
- Beneficio positivo.
- Beneficio nulo.
- Beneficio negativo.

COMPETENCIA PERFECTA

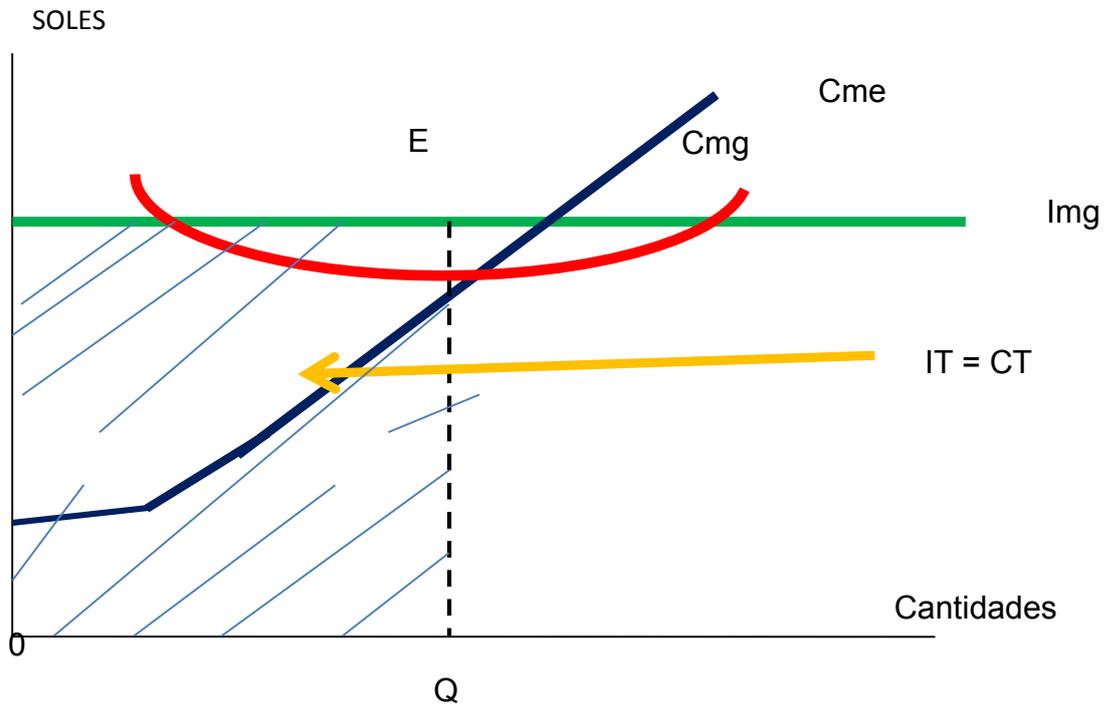
- Características.
- La maximización de beneficio a corto plazo. La curva de oferta de la empresa.
- La maximización de beneficio a largo plazo.

Maximización de beneficio en situación de competencia perfecta

$$\text{Precio} = \text{Ingreso marginal} = \text{Coste marginal}$$



MAXIMIZACIÓN DE BENEFICIOS

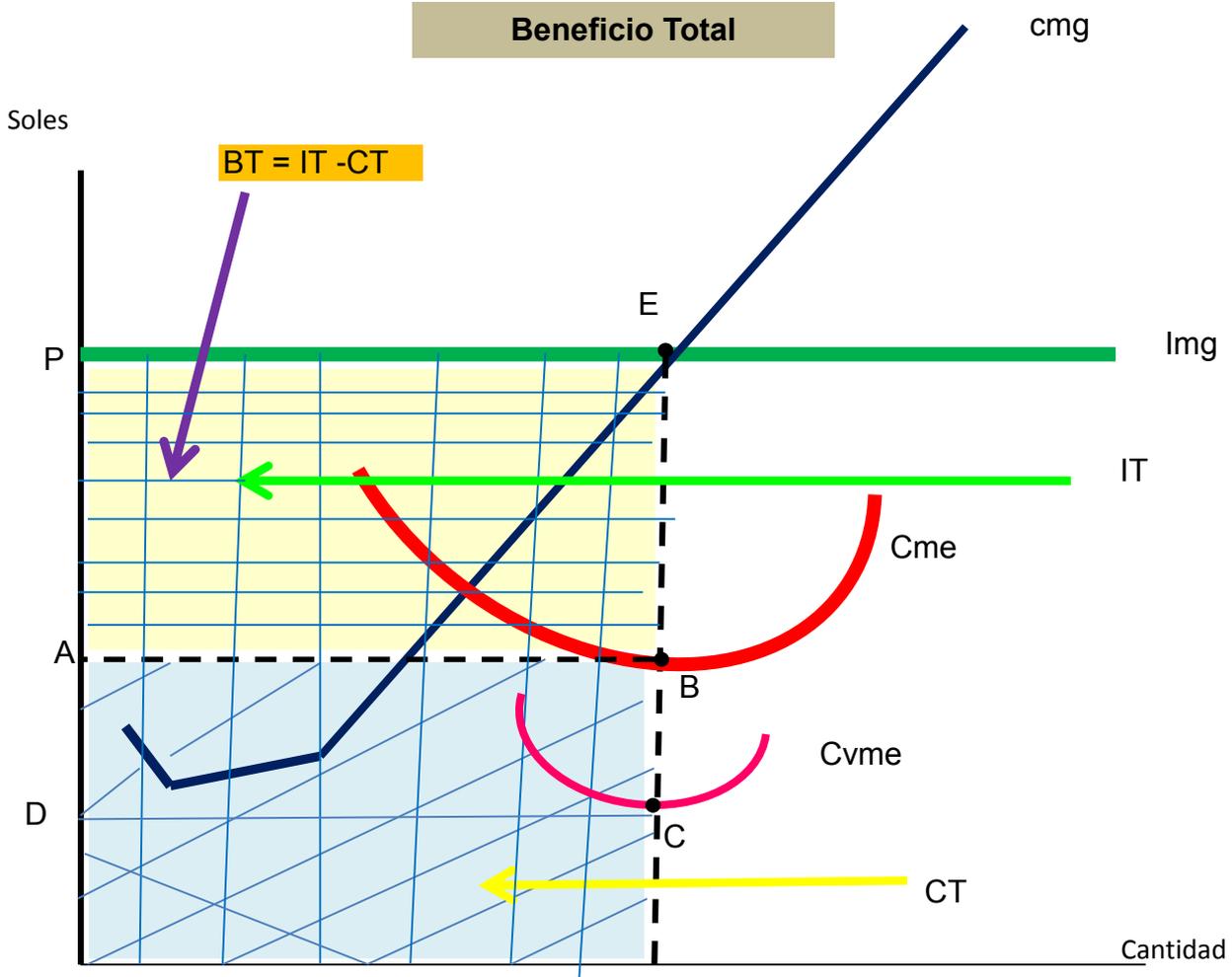


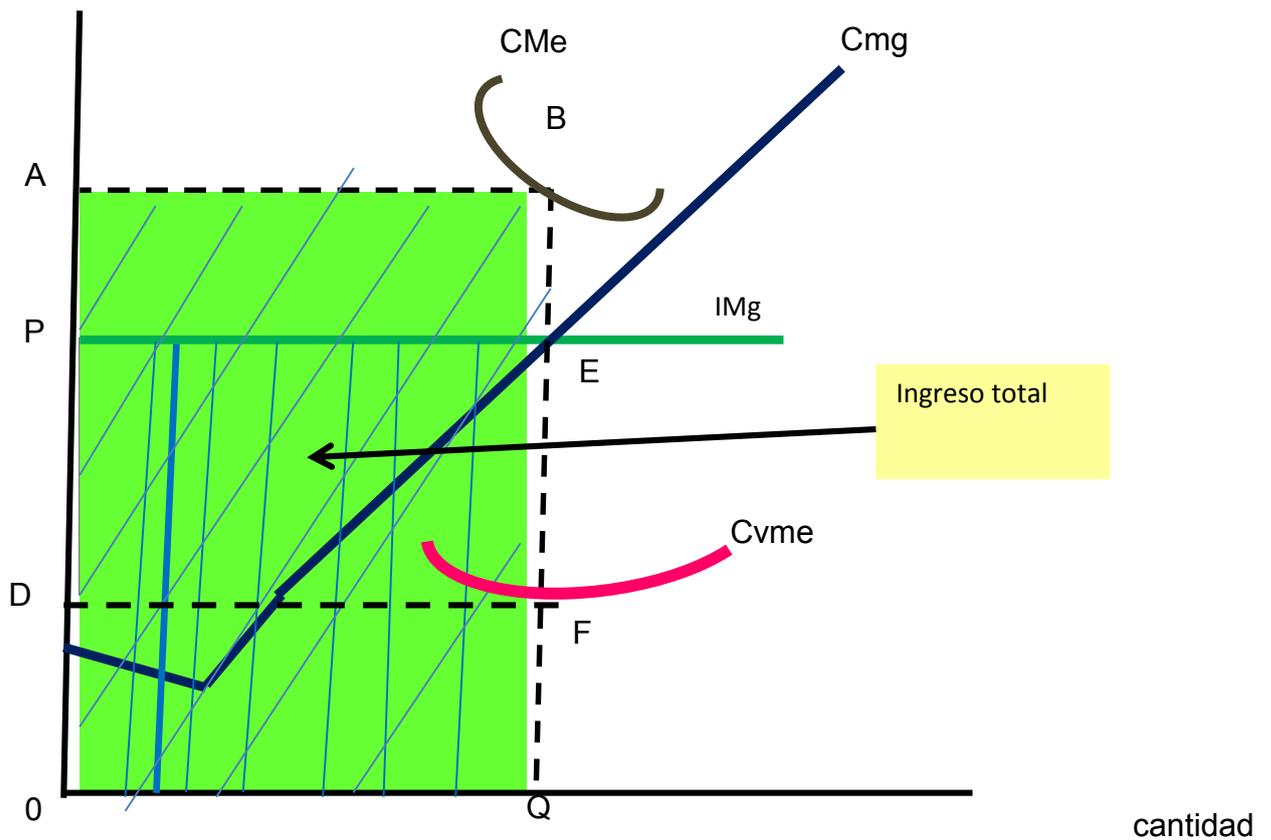
$$\text{Precio} = \text{Img} = \text{Cmg} = \text{Cme}$$

Beneficio nulo

$$\text{BT} = \text{IT} - \text{CT}$$

Beneficio Total





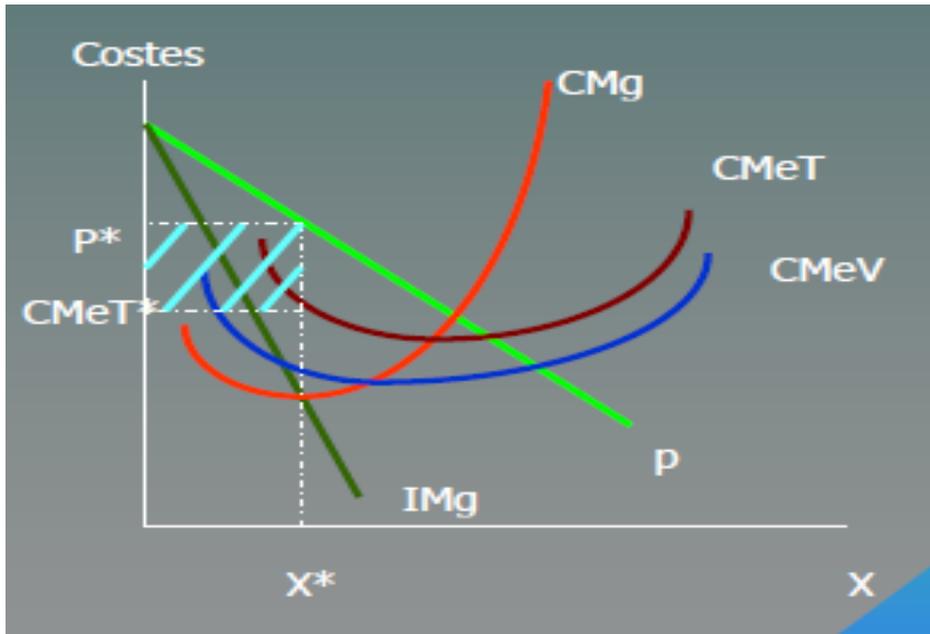
Área 0QBA > 0QEP CT > IT

CORTO PLAZO. Beneficio positivo

Precio mayor que el Coste Medio Total.

- Cubre los Costes Fijos y los Costes Variables y obtiene beneficios (área rayada).

- $\pi = (p - CMeT)X$

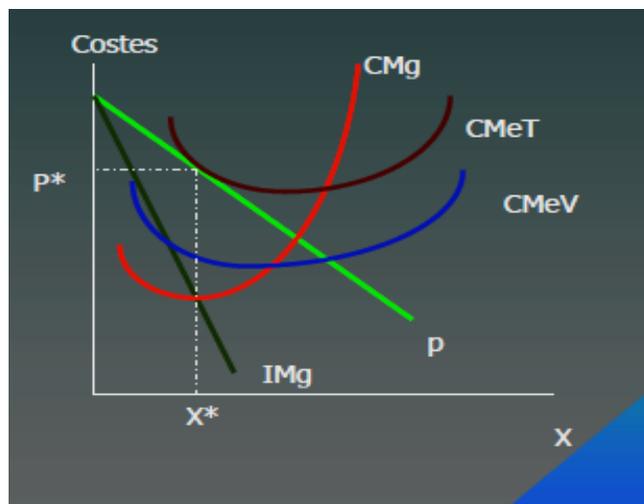


CORTO PLAZO. Beneficio nulo.

Precio igual al Coste Medio

Total.

- Cubre exactamente los Costes Fijos y los Costes Variables.
- $\pi = (p - CMeT)X = 0$



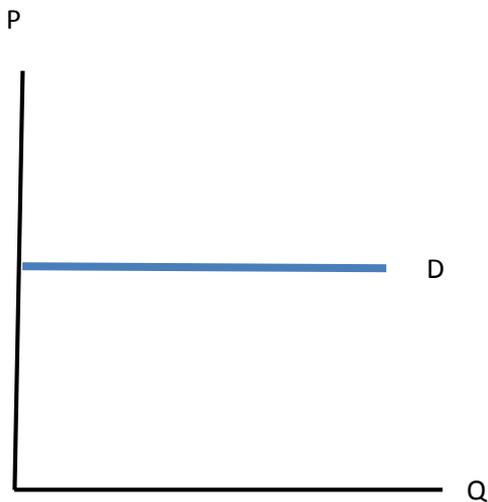
CAPITULO V

MODELO DE COMPETENCIA IMPERFECTA

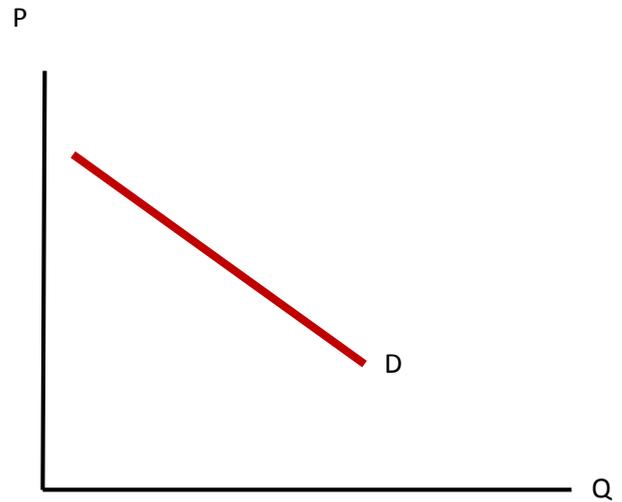
Se dice que un mercado presenta competencia imperfecta cuando los vendedores individuales tienen la capacidad de afectar de manera significativa sobre el precio de mercado de sus productos o servicios.

En el caso contrario, cuando existe competencia perfecta, los vendedores no pueden afectar el precio de mercado por lo que enfrentan una curva de demanda horizontal. Esto significa que cualquiera sea la cantidad que ofrezcan sólo pueden vender al precio de mercado. En competencia imperfecta en cambio, los vendedores enfrentan una curva de demanda con pendiente negativa, lo que significa que si un vendedor decide aumentar la cantidad ofrecida de su producto, el precio caerá.

COMPETENCIA PERFECTA



COMPETENCIA IMPERFECTA



Estructura de mercado	Número de oferentes y grado de diferenciación productos	Grado de control sobre el precio	Ejemplo
Monopolio	Un solo oferente, no existen productos sustitutos	Completo	Monopolio de servicios de agua potable (no regulado)
Oligopolio	Pocos oferentes con productos homogéneos o diferenciados	Alguno	Fabricación de Vehículos (diferenciado) o Fabricación de productos químicos (no diferenciado)
Competencia monopolística	Muchos oferentes con productos diferenciados	Alguno	Comida rápida
Monopsonio	Un solo demandante	Completo	Obra pública
Oligopsonio	Pocos demandantes	Alguno	Grandes distribuidoras

Definición de Monopolio

Procede de las palabras griegas *monos* que significa “único” y *polein* que significa “vender”.

Mercado en el que una empresa es la única que ofrece un producto homogéneo que carece de sustitutos y que tiene un gran número de demandantes.

Características del Monopolio

El concepto de monopolio en la economía se refiere al contexto de mercado en el que una sola empresa tiene un cierto nicho de mercado, sin que exista competencia en la misma rama.

Existencia de una sola empresa que ofrezca un determinado bien o servicio.

La empresa monopolista **tiene la capacidad de gestionar los precios de los productos o servicios.**

Hay un **gran número de consumidores.**

Existe la **creación de barreras estructurales** (tecnológicas, económicas o legales) o incluso estratégicas (publicidad, diferenciación de productos o servicios, política de precios) para la implantación de nuevas empresas competidoras en el ámbito de la existente.

Por lo tanto, cuanto menor sea la demanda de un determinado producto o servicio, más bajos serán los precios cobrados.

No hay otras opciones sustitutas cercanas.

Aunque el monopolio pueda parecer ventajoso al principio, también sigue la lógica general del mercado de dependencia en relación con las demandas de los consumidores.

Razones para que exista el monopolio.

1.- El monopolio puede basarse en el control de un factor productivo o de una técnica.

Ejemplo: (Petróleos Mexicanos) PEMEX.

Ejemplo: Las patentes.

2.- El monopolio legal. Se puede presentar el caso de que sea ilegal que más de una empresa venda un producto.

Ejemplo: SEDAPAL.

3.- El monopolio resultante de fusiones.

Ejemplo: Coca-Cola, Inka kola.

4.- El monopolio natural.

Ejemplo: sedapal



El poder del mercado

De una empresa es su capacidad de influir en el precio y, por tanto, en su beneficio. (Wonnacott, 1990, p.566).

El monopolio tiene el poder de influir directamente en el precio de un producto, ya que posee la demanda del mercado al alcance de sus manos, así como la libertad de desplazarse a lo largo de la curva de demanda del mercado.

Por otro lado, cuanto mayor es la demanda, mayores son los precios cobrados. Sin embargo, debido a la condición de monopolio, los precios no cambian en relación con los precios cobrados por los competidores, sino principalmente por la demanda de los consumidores, que debe fomentarse constantemente, especialmente a través de la publicidad.

Aunque la empresa monopolista pueda gestionar los precios debido a su condición de exclusividad, si pone costos muy altos, la demanda del público consumidor será menor.

¿Cuáles son los problemas con el monopolio?

Control de precios

Debido a la falta de competencia, son las propias empresas las que fijan los precios de sus productos, pudiendo actuar de forma abusiva en cuanto a los costos fijados.

Esta condición termina siendo afectada por la demanda de los consumidores, ya que cuanto menor sea la demanda de un determinado producto o servicio, menor será el precio que se le atribuya.

Control de calidad del servicio

La falta de competencia hace que la empresa monopolista ofrezca el producto sin preocuparse por la calidad de los productos, ya que no hay productos que compitan entre sí por comparación.

Escasez de elección del consumidor

El consumidor se ve perjudicado por la existencia de monopolios, ya que no hay otras alternativas en la elección. De esta manera, el comprador termina por tener que someterse al producto ofrecido por la empresa, si realmente lo necesita.

Cuando hay varias empresas que ofrecen un determinado producto, el consumidor puede elegir el que mejor se adapte a sus necesidades o condiciones.

Rigidez ante la implantación de empresas del sector en su ámbito de cobertura

Cuando hay un proceso de monopolio u oligopolio, también **se crea una rigidez en relación a la entrada de nuevas empresas en el sector en la región abarcada por la empresa existente**, debido a la competencia que ésta denota.

Las barreras creadas a los competidores pueden ser variadas, desde la influencia política de los empresarios (a menudo ocurre en las ciudades pequeñas), invertidas en publicidad, flexibilidad de precios y oferta de servicios y productos complementarios.

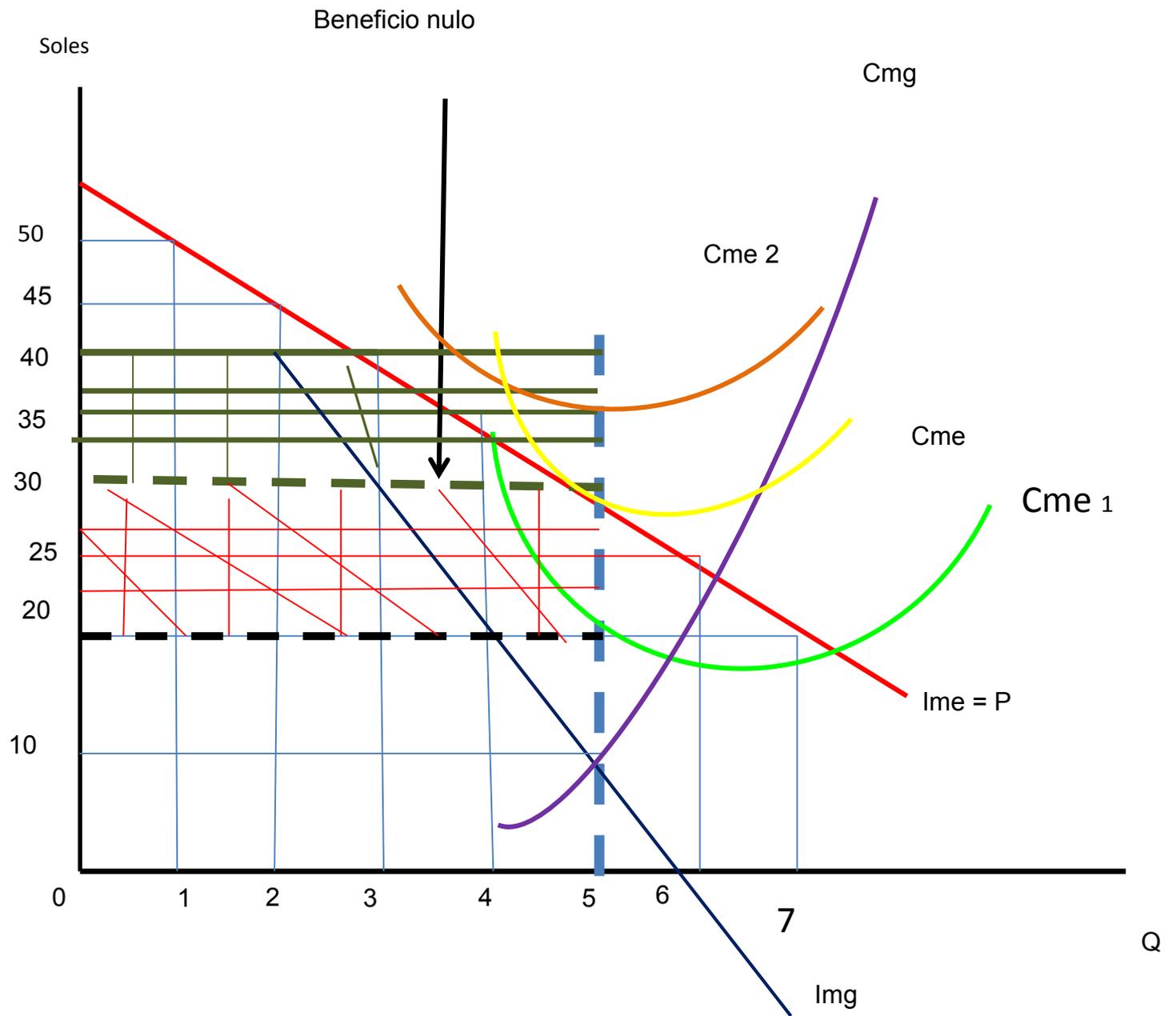
Regulación del Monopolio

La **regulación económica del mercado es hecha por el gobierno** y, así, se da en el monopolio. En ese modelo de competencia, el gobierno acompaña precios y la cantidad de productos ofertados.

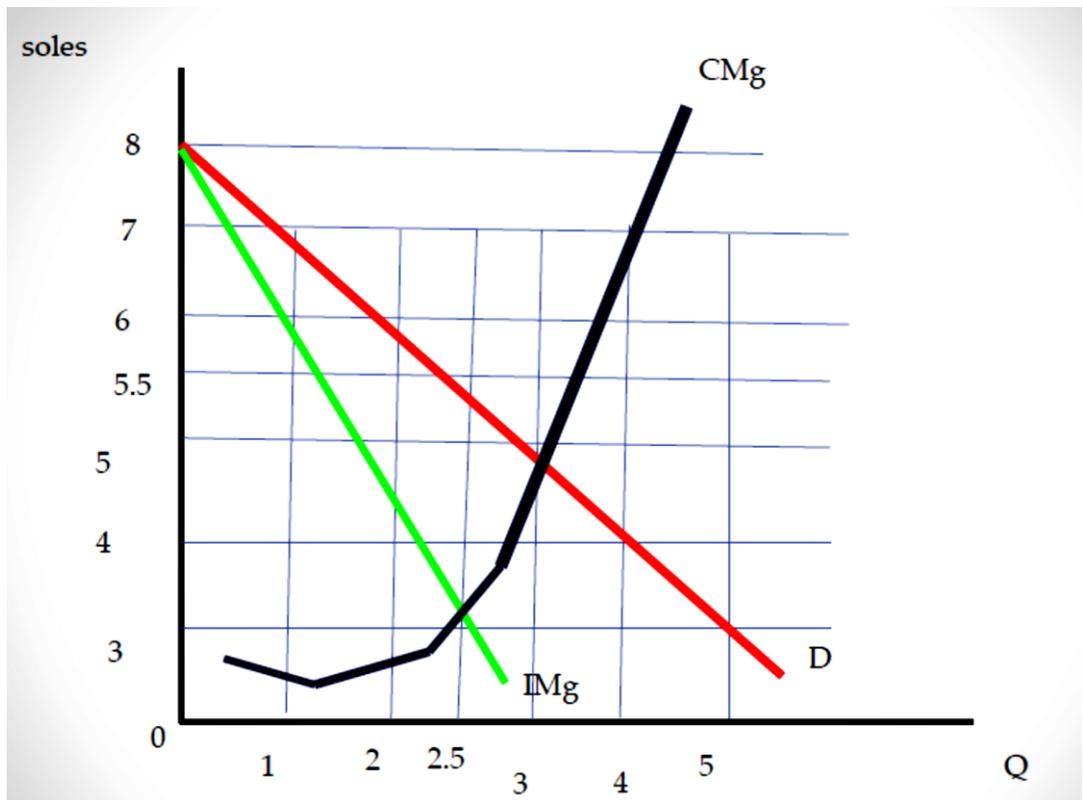
Se define la permanencia de la empresa en el mercado, que debe atender directrices mínimas, y a las condiciones de atención al consumidor.

Cabe al gobierno, además, definir los precios máximos, fijar los valores en base al costo de producción y acompañar la regulación.

Cantidad Q	Precio Ingreso medio	Ingreso Total P*Q	Ingreso Marginal IMg
1	50	50	
2	45	90	40
3	40	120	30
4	35	140	20
5	30	150	10
6	25	150	0
7	20	140	-10

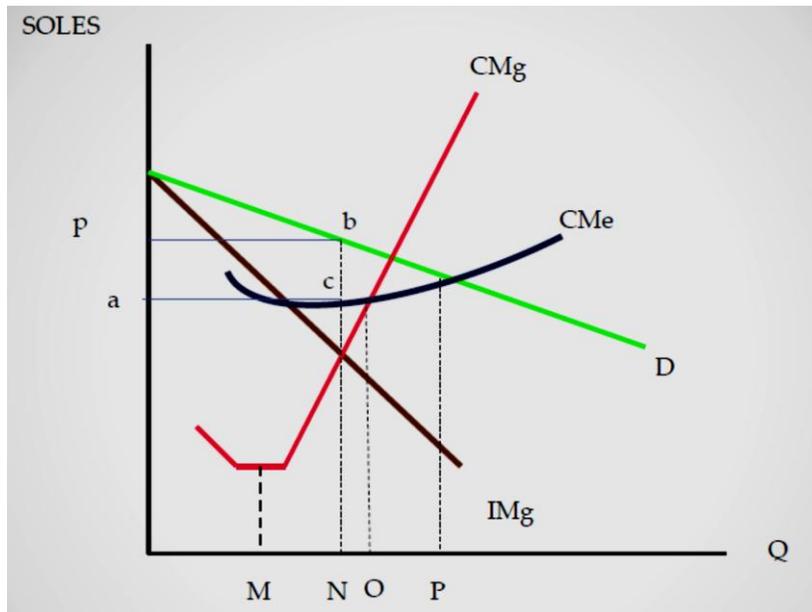


P	Q	IT	IMg	CT	CMe	CMg
8	0	0		6		
7	1	7	7	8	8	2
6	2	12	5	9	4.5	1
5.5	2.5	13.75	3.5	10	4	2
5	3	15	2.5	12	4	4
4	4	16	1	20	5	8
3	5	15	-1	35	7	15



PROBLEMA PROPUESTO

Según el siguiente grafico



1. Para que una empresa monopolista maximice ganancias según el enfoque marginal deberá estar en el punto:

- a) M
- b) N
- c) O
- d) P

2. Señale el área donde la empresa maximiza beneficios.

Competencia Monopolista y Oligopolio

Competencia monopolista

- Producto diferenciado valor agregado.
- No hay barreras de entrada ni de salida
- Muchos vendedores
- Las empresas deciden el precio

Ejemplos:



- Licores
- Electrodomésticos
- Celulares
- Jabones

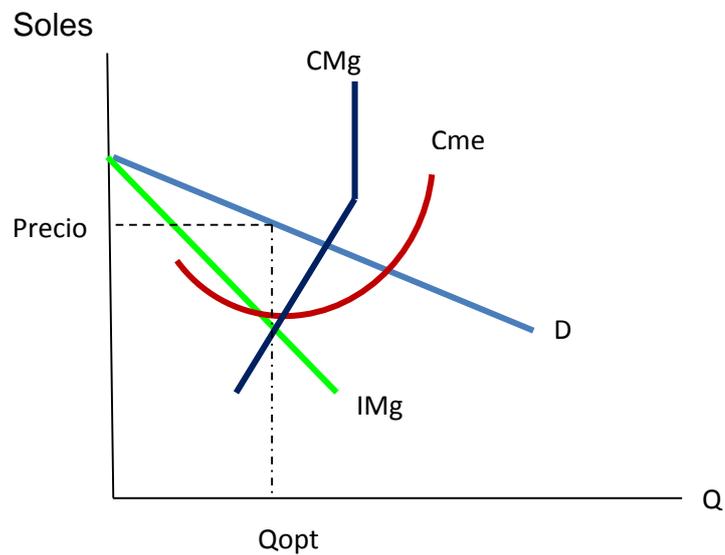


- Perfumes



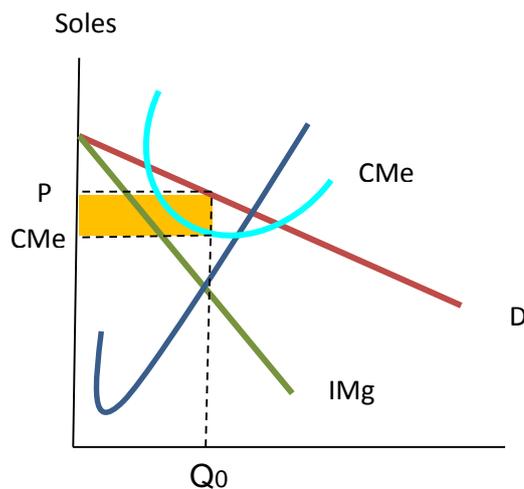
Equilibrio a Corto Plazo

- Curva de demanda pendiente negativa
- Demanda relativamente elástica
- Precio > Ingreso marginal
- Se Maximiza beneficios cuando el ingreso marginal = al Costo marginal
- Se obtiene beneficios económicos
- La porción del mercado que la empresa puede abarcar dependen de cuantos competidores existan, esto se refleja en las ventas.



BENEFICIO A CORTO PLAZO DE COMPETENCIA MONOPOLISTA

El siguiente cuadro representa el beneficio de corto plazo de una empresa de competencia monopolística.



El área sombreada representa el área de los beneficios

Equilibrio a Largo Plazo

Al no existir incentivos, al no haber barreras de entrada y salidas, los beneficios del corto plazo atraen a nuevas empresas, que crearan más productos dentro del mercado.

A largo plazo no durara mucho los beneficios sean nulos.

A largo plazo los beneficios son igual a cero.

Por lo tanto en competencia monopolística no hay beneficios a largo plazo, la producción es menor a la que minimiza el costo medio produciendo un exceso de capacidad.

Las empresas buscan a través de los diferentes medios, que el comprador se quede con la marca. Esto es posible mediante la publicidad y la atención personalizada.

Muchos mercados productos diferentes.

Monopolista (marca)

Curva de demanda con pendiente negativa es una curva elástica , ya que cada una de las empresas vende productos que son sustitutos cercanos.

Modelos de empresa dominante y de competencia monopolística

Modelo de empresa Dominante:

Hipótesis:

- Las empresas de la franja de la competencia (empresas pequeñas) se comportan como precio aceptantes produciendo la cantidad que iguala el precio al coste marginal.
- La empresa dominante se comporta como una empresa con poder sobre los precios (price marker) tomando la estrategia de la franja de la competencia como un dato.

Para cualquier precio fijado por la empresa dominante, la cantidad vendida por esta empresa iguala la diferencia entre la demanda de mercado y la cantidad ofrecida por la franja de la competencia.

Competencia perfecta y monopolística

En CP: $p=IM$, pero en CM: $p>IM$. Por tanto, en competencia monopolística existe una pérdida irrecuperable de eficiencia.

- En CM el nivel de producción es inferior a la que minimiza el CM_{LP}; por tanto, existe un exceso de capacidad.
- El poder del monopolio produce un precio más alto que la competencia perfecta.

OLIGOPOLIO

Características Principales:

1. Los productores piensan frecuentemente en su competencia
2. Existen pocos productores y muchos compradores
3. Existen grandes barreras de ingreso al mercado
4. El beneficio se da a largo plazo

Equilibrio en el Oligopolio

Equilibrio de NASH

Conjunto de estrategias y acciones con la que cada empresa obtiene los mejores resultados posibles, dada las acciones de sus competidores.

Equilibrio de Cournot

Modelo del oligopolio donde las empresas producen un bien homogéneo, cada una considera fijos el nivel de producción de sus competidores y todos deciden simultáneamente la cantidad que van a producir.

Bibliografía

- Kafka, F. (1997). *Teoría Económica*. Lima: Universidad del Pacífico.
- Mankiw, G. (1998). *Principios de Economía*. España: Mc Graw Hill.
- Paredes, E. (2010). *www.unipamplona.edu.com*. Obtenido de http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portallG/home_109/recursos/octubre2014/administraciondeempresas/semestre2/11092015/microeconomia.pdf
- Ramon, C., & Gonzales, H. (2011). *Ideas Económicas Mínimas*. Colombia: Bedout.
- Samuelson, P. (1975). *Curso de Economía Moderna*. España: Aguilar.
- Samuelson, p., & Nordhaus, W. (2010). *Economía con Aplicaciones a Latinoamérica*. Mexico: Mc Graw Hill.

EVIDENCIA DE CORREOS ENVIADOS A LOS DOCENTES PARA LA ELABORACIÓN DE GUÍAS Y/O SEPARATAS:

----- Forwarded message -----

De: FCE DPTO ECONOMIA <fce.dpto.economia@unac.edu.pe>

Date: vie, 21 may 2021 a las 13:54

Subject: ELABORACION DE GUIAS Y SEPARATAS

To: LUIS MIGUEL SOSA SOSA <msosass@unac.edu.pe>, MAXIMO ESTANISLAO CALERO BRIONES <mecalerob@unac.edu.pe>, JARA JARA NOLAN <njarsj@unac.edu.pe>

ESTIMADO DOCENTES BUENAS TARDES, PARA COMUNICARLES QUE EN COORDINACIÓN CON EL DIRECTOR DE ESCUELA Y EL DECANO (e) HEMOS VISTO EN LA NECESIDAD DE QUE A LOS DOCENTES QUE SE LE ASIGNARON CURSO DEL PRIMER CICLO, QUE EN SU REEMPLAZO ELABOREN GUÍAS Y SEPARATA, PARA QUE NO SE VEAN PERJUDICADOS EN SU CARGA ACADÉMICA Y ELABORACIÓN DE PLAN DE TRABAJO INDIVIDUAL, SE ADJUNTA LA DIRECTIVA.

DAE/FCE

Teléfono Director : 998545289

Teléfono Secretaria : 977381319

Departamento Académico de Economía

Facultad de Ciencias Económicas

Universidad Nacional del Callao



FCE DPTO ECONOMIA <fce.dpto.economia@unac.edu.pe>

para CESAR, CESAR, MORAN, mí ▾

14 jul 2021 15:42



ESTIMADO PROFESOR BUENAS TARDES, POR INDICACIONES DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMIA , ADJUNTO LA DIRECTIVA DE ELABORACIÓN DE GUÍAS Y SEPARATAS.

CORDIALMENTE

Jennyfer

Personal Administrativo del DAE

...





UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
Facultad de Ciencias Económicas
Dirección de Escuela Profesional de Economía

MEMORANDUM N° 001-2021-DEPE/FCE

DE: **MG. VICTOR AURELIO, HOCES VARILLAS.**

DIRECTOR DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMÍA.

PARA: **MG. NOLAN, JARA JARA.**

DOCENTE DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

FECHA: Callao, 27 de agosto del 2021.

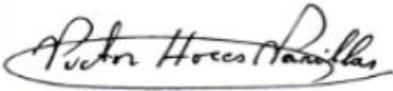
Estimado docente:

*Tengo a bien dirigirme a usted para saludarle cordialmente y al mismo tiempo manifestarle que a la fecha, usted no ha cumplido con enviar la **SOLICITUD Y LA ELABORACION DE LA GUIAS Y/O SEPARATA según la RESOLUCIÓN N° 130-2021 CF/FCE,** encontrándose fuera del plazo establecido de presentación según **el Art.6 letra (b) e incumpliendo según el Capítulo V Art. 7,** de la mencionada Resolución.*

Así mismo se informa que el departamento de OCI la Oficina de Control Interno está exigiendo evidencias, motivo por el cual se exhorta cumplir con lo indicado líneas arriba en un plazo máximo de 48 horas, bajo responsabilidad del docente.

-Se adjunta Resolución N° 130-2021 CF/FCE

Atentamente,

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO**
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA DE ECONOMÍA

Mg. VICTOR AURELIO HOCES VARILLAS
DIRECTOR DE ESCUELA



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
CONSEJO DE FACULTAD

RESOLUCIÓN N° 130-2021 CF/FCE

Bellavista, 18 de mayo de 2021

VISTO:

El Oficio N° 0025-2021-DEPE/FCE, donde el Director de la Escuela Profesional de Economía, remite la Directiva para la elaboración de guías y/o separatas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao.

CONSIDERANDO:

Que, el art. 47° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, enmarcando en la Ley Universitaria – Ley 30220, establece las funciones de la Dirección de Escuela Profesional entre las que se detalla la gestión del desarrollo y cumplimiento de las actividades académicas, así como supervisar las actividades de tutoría, desarrollo estudiantil y emprendimiento, velando por su calidad académica profesional;

Que, constituyen materiales usados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, las notas de clases Separatas, guías de prácticas, etc. preparados por los docentes y autorizados y visados por la unidad académica correspondiente.

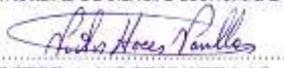
Que, con citación a Consejo de Facultad N° 19-/2021, de fecha 14/05/2021, se convocó a sesión extraordinaria para el día 17/05/2021 a las 15 horas, y en el punto de agenda N° 04 se consideró lo siguiente “4) DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO (OFICIO N° 0025-2021-DEPE/FCE)”

Estando a lo acordado, el Consejo de Facultad, en su sesión extraordinaria del 17 de mayo de 2021, y al amparo de las atribuciones conferidas por el Art. N° 189.2 del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao.

RESUELVE:

- 1. Aprobar**, la DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, remitida por el Director de la Escuela Profesional de Economía, la misma que forma parte de la presente resolución.
- 2. TRANSCRIBIR** la presente Resolución al interesado y demás dependencias Administrativas para que alcance su objeto.

Regístrese, comuníquese y archívese

 UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Mg. VICTOR A. HOCES VARILLAS
DECANO (e)

"AÑO DEL BICENTENARIO DEL PERU: 200 AÑOS DE INDEPENDENCIA"



DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

CAPITULO I

Art. 1º Objeto:

La presente Directiva establece las pautas, normas y regula la elaboración, presentación, trámite y aprobación de Guías y/o Separatas de las diferentes asignaturas que conforman el Programa de Estudios de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao, orientados a coadyuvar el mejoramiento del nivel académico de los estudiantes.

Art. 2º Base Legal:

- Ley Universitaria N°30220
- Estatuto de la Universidad Nacional del Callao 2015, aprobado el 02 de julio del 2015, con Resolución de Asamblea Estatutaria N° 02-2015-AE-UNAC
- Cuadro de Distribución de Actividades Académicas y Administrativas de los docentes de la Universidad Nacional del Callao, aprobado por Resolución de Consejo Universitario N° 063-2021-CU de fecha 22 de abril de 2021.
- Reglamento de Ratificación Docentes Ordinarios de la UNAC – Resolución N° 183-2017-CU del 27/06/2017; y, Reglamento de Promoción Docentes Ordinarios de la UNAC – Resolución N° 184-2017-CU del 27/06/2017.

Art. 3º Generalidades:

La presente Directiva regula el proceso de aprobación de Guías y/o Separatas orientadas a contribuir con el mejoramiento del dictado de clases, dotar de instrumentos prácticos de aprendizaje y optimizar los contenidos académicos.

Las Guías y/o Separatas constituyen materiales de estudio que los Docentes ponen a disposición de los alumnos, en el establecen esquemas, cuadros sinópticos, resúmenes, instrumentos visuales, análisis comparativos y otros materiales relativos a los contenidos de las asignaturas que tienen a su cargo.

Guía: Es el documento que lleva de la mano al estudiante en un tema determinado.

La Guía, contribuye al proceso de enseñanza – aprendizaje, junto con los materiales de estudio que serán útiles a los docentes y les servirá para mejorar la enseñanza en el aula.

La Guía constituye una herramienta para alcanzar el objetivo de calidad educativa mediante el desarrollo de metodologías, no es sino una planificación detallada para el mejor desarrollo de la asignatura. La guía representa una delineación básica que contribuye a la mejora de la asignatura y permite estructurar una oferta didáctica de la manera cómo van a ser desarrollados los contenidos en el aula.

CAPITULO II

DE LA FORMA Y ELABORACIÓN DE LAS GUÍAS Y/O SEPARATAS

Art. 4º Elaboración de las Separatas y/o Guías:

- a) Las Guías estarán enmarcadas en el contenido del sílabo de la(s) asignatura(s) que dicten los docentes, fortaleciendo y/o actualizando los temas que en ella se presente. Las Guías contendrán:
- Nombre de la Asignatura.
 - Nombre del Docente que la elabora.
 - Título del tema tratado, señalamiento del ciclo académico correspondiente y haciendo referencia de la Unidad del sílabo.
 - Exposición de motivos.
 - Objetivo y justificación del trabajo a realizar o tarea a ejecutar.
 - Técnicas y metodología a emplear.
 - Fuentes de información y bibliografía.
- b) Las Separatas estarán enmarcadas en el contenido del sílabo de la(s) asignatura(s) que dicten los docentes, fortaleciendo y/o actualizando los temas que en ella se presente. Las Separatas contendrán:
- Nombre de la Asignatura.

- Nombre del Docente que la elabora.
- Título del tema tratado, señalamiento del ciclo académico correspondiente y haciendo referencia de la Unidad del sílabo.
- Desarrollo del contenido, con las siguientes características:
 - a) Caratula, Presentación, Índice y Resumen del aporte.
 - b) 30 páginas mínimo por cada Separata y/o Guía
 - c) Incluye presentación en Word y Power Point.
 - d) Presentación anillada y enviado al correo electrónico de la Dirección de Escuela Profesional.
- Fuentes bibliográficas: páginas Web, revistas especializada, utilizó el APA. V.6.

CAPITULO III

DEL PROCEDIMIENTO PARA LA PRESENTACIÓN DE LAS SEPARATAS Y/O GUÍAS Y SU USO POR LOS ESTUDIANTES.

Art.5° Presentación de solicitudes de Guías y/o Separatas:

El procedimiento para la presentación de las solicitudes y tramitación de las Separatas y/o Guías:

- a) Presentar su solicitud de elaboración de las Guías y/o Separatas en la Dirección de la Escuela Profesional de Economía – DEPE. Las solicitudes se presentaran dentro de los primeros quince (15) días del inicio del Semestre Académico.
- b) Con el Visto Bueno de la Dirección de Escuela, la solicitud se derivará al Decanato para su aprobación y emisión de la Resolución correspondiente.

CAPITULO IV

DEL PROCEDIMIENTO PARA LA APROBACIÓN DE LAS GUÍAS Y/O SEPARATAS

Art.6° Aprobación de Guías y/o Separatas:

El Procedimiento para la aprobación de las Guías y/o Separatas:

- a) Luego de aprobado por el Decanato las horas académicas solicitadas por el docente para la elaboración de la Guía y/o Separata, de acuerdo con el contenido señalado en el Artículo 4° de la presente Directiva, que tendrá vigencia dentro del semestre académico que solicitó.
- b) **El tiempo de presentación de la Guía y/o Separata será en la semana catorce (14) del semestre académico, dentro del cual**

fue autorizado, a la Dirección de la Escuela Profesional de Economía, en un (01) ejemplar.

- c) Presentada la Guía y/o Separata a la Dirección de Escuela Profesional, ésta emitirá la Resolución Directoral de Cumplimiento; remitirá las separatas a la Biblioteca Especializada; y la publicación en la pág. Web de la Facultad.

CAPITULO V

DEL INCUMPLIMIENTO Y SANCIONES

Art.7º Incumplimientos y sanciones:

El Procedimiento por incumplimiento y sanciones de las Guías y/o Separatas:

- a) El docente, al momento de presentar su solicitud y antes del inicio de la aprobación de las guías y/o separatas, firmará un documento de compromiso, dejando constancia del contenido de la presente Directiva.
- b) En caso que el docente no presentara la guía y/o separata en el plazo establecido, la Dirección de Escuela comunicará al Decano del incumplimiento para el trámite correspondiente ante la Oficina de Recursos Humanos, para que el docente devuelva el íntegro del monto recibido por las horas académicas autorizadas, descontándoseles de sus haberes por planilla.
- c) Los docentes que no cumplan con los plazos establecidos en el Art. 6 de la presente Directiva (Décimo Cuarta semana del ciclo académico correspondiente), quedarán impedidos de volver a solicitar horas académicas para la presentación de guías y/o separatas hasta el subsiguiente ciclo académico.

DISPOSICIÓN FINAL

PRIMERA: El tiempo para la elaboración de las Guías y/o Separatas es durante el semestre académico por el que solicitó el docente.

SEGUNDA: la Dirección de Escuela Profesional llevará un libro de registro de cumplimiento de elaboración de Guías y/o Separatas, a efectos de tener un control para informar al órgano competente en los trámites de ratificación y promoción docente y/o solicitud del docente.

TERCERA: Aquello que no esté previsto en la presente Directiva, será resuelta por el Decano de la Facultad.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
Facultad de Ciencias Económicas
Dirección de Escuela Profesional de Economía

MEMORANDUM N° 002-2021-DEPE/FCE

DE: **MG. VICTOR AURELIO, HOCES VARILLAS.**

DIRECTOR DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE ECONOMÍA.

PARA: **MG. DANIEL DEMETRIO, MORAN SALAZAR.**

DOCENTE DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO.

FECHA: Callao, 27 de agosto del 2021.

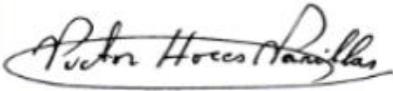
Estimado docente:

*Tengo a bien dirigirme a usted para saludarle cordialmente y al mismo tiempo manifestarle que a la fecha, usted no ha cumplido con enviar la **SOLICITUD Y LA ELABORACION DE LA GUIAS Y/O SEPARATA según la RESOLUCIÓN N° 130-2021 CF/FCE,** encontrándose fuera del plazo establecido de presentación según **el Art.6 letra (b) e incumpliendo según el Capítulo V Art. 7,** de la mencionada Resolución.*

Así mismo se informa que el departamento de OCI la Oficina de Control Interno está exigiendo evidencias, motivo por el cual se exhorta cumplir con lo indicado líneas arriba en un plazo máximo de 48 horas, bajo responsabilidad del docente.

-Se adjunta Resolución N° 130-2021 CF/FCE

Atentamente,


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
ESCUELA DE ECONOMÍA

M^g. VICTOR AURELIO HOCES VARILLAS
DIRECTOR DE ESCUELA



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
CONSEJO DE FACULTAD

RESOLUCIÓN N° 130-2021 CF/FCE

Bellavista, 18 de mayo de 2021

VISTO:

El Oficio N° 0025-2021-DEPE/FCE, donde el Director de la Escuela Profesional de Economía, remite la Directiva para la elaboración de guías y/o separatas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao.

CONSIDERANDO:

Que, el art. 47° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, enmarcando en la Ley Universitaria – Ley 30220, establece las funciones de la Dirección de Escuela Profesional entre las que se detalla la gestión del desarrollo y cumplimiento de las actividades académicas, así como supervisar las actividades de tutoría, desarrollo estudiantil y emprendimiento, velando por su calidad académica profesional;

Que, constituyen materiales usados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, las notas de clases Separatas, guías de prácticas, etc. preparados por los docentes y autorizados y visados por la unidad académica correspondiente.

Que, con citación a Consejo de Facultad N° 19-/2021, de fecha 14/05/2021, se convocó a sesión extraordinaria para el día 17/05/2021 a las 15 horas, y en el punto de agenda N° 04 se consideró lo siguiente “4) DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO (OFICIO N° 0025-2021-DEPE/FCE)”

Estando a lo acordado, el Consejo de Facultad, en su sesión extraordinaria del 17 de mayo de 2021, y al amparo de las atribuciones conferidas por el Art. N° 189.2 del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao.

RESUELVE:

- 1. Aprobar**, la DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, remitida por el Director de la Escuela Profesional de Economía, la misma que forma parte de la presente resolución.
- 2. TRANSCRIBIR** la presente Resolución al interesado y demás dependencias Administrativas para que alcance su objeto.

Regístrese, comuníquese y archívese

 UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Mg. VICTOR A. HOCES VARILLAS
DECANO (e)

"AÑO DEL BICENTENARIO DEL PERU: 200 AÑOS DE INDEPENDENCIA"



DIRECTIVA PARA LA ELABORACION DE GUIAS Y/O SEPARATA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

CAPITULO I

Art. 1º Objeto:

La presente Directiva establece las pautas, normas y regula la elaboración, presentación, trámite y aprobación de Guías y/o Separatas de las diferentes asignaturas que conforman el Programa de Estudios de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Callao, orientados a coadyuvar el mejoramiento del nivel académico de los estudiantes.

Art. 2º Base Legal:

- Ley Universitaria N°30220
- Estatuto de la Universidad Nacional del Callao 2015, aprobado el 02 de julio del 2015, con Resolución de Asamblea Estatutaria N° 02-2015-AE-UNAC
- Cuadro de Distribución de Actividades Académicas y Administrativas de los docentes de la Universidad Nacional del Callao, aprobado por Resolución de Consejo Universitario N° 063-2021-CU de fecha 22 de abril de 2021.
- Reglamento de Ratificación Docentes Ordinarios de la UNAC – Resolución N° 183-2017-CU del 27/06/2017; y, Reglamento de Promoción Docentes Ordinarios de la UNAC – Resolución N° 184-2017-CU del 27/06/2017.

Art. 3º Generalidades:

La presente Directiva regula el proceso de aprobación de Guías y/o Separatas orientadas a contribuir con el mejoramiento del dictado de clases, dotar de instrumentos prácticos de aprendizaje y optimizar los contenidos académicos.

Las Guías y/o Separatas constituyen materiales de estudio que los Docentes ponen a disposición de los alumnos, en el establecen esquemas, cuadros sinópticos, resúmenes, instrumentos visuales, análisis comparativos y otros materiales relativos a los contenidos de las asignaturas que tienen a su cargo.

Guía: Es el documento que lleva de la mano al estudiante en un tema determinado.

La Guía, contribuye al proceso de enseñanza – aprendizaje, junto con los materiales de estudio que serán útiles a los docentes y les servirá para mejorar la enseñanza en el aula.

La Guía constituye una herramienta para alcanzar el objetivo de calidad educativa mediante el desarrollo de metodologías, no es sino una planificación detallada para el mejor desarrollo de la asignatura. La guía representa una delineación básica que contribuye a la mejora de la asignatura y permite estructurar una oferta didáctica de la manera cómo van a ser desarrollados los contenidos en el aula.

CAPITULO II

DE LA FORMA Y ELABORACIÓN DE LAS GUÍAS Y/O SEPARATAS

Art. 4º Elaboración de las Separatas y/o Guías:

- a) Las Guías estarán enmarcadas en el contenido del sílabo de la(s) asignatura(s) que dicten los docentes, fortaleciendo y/o actualizando los temas que en ella se presente. Las Guías contendrán:
- Nombre de la Asignatura.
 - Nombre del Docente que la elabora.
 - Título del tema tratado, señalamiento del ciclo académico correspondiente y haciendo referencia de la Unidad del sílabo.
 - Exposición de motivos.
 - Objetivo y justificación del trabajo a realizar o tarea a ejecutar.
 - Técnicas y metodología a emplear.
 - Fuentes de información y bibliografía.
- b) Las Separatas estarán enmarcadas en el contenido del sílabo de la(s) asignatura(s) que dicten los docentes, fortaleciendo y/o actualizando los temas que en ella se presente. Las Separatas contendrán:
- Nombre de la Asignatura.

- Nombre del Docente que la elabora.
- Título del tema tratado, señalamiento del ciclo académico correspondiente y haciendo referencia de la Unidad del sílabo.
- Desarrollo del contenido, con las siguientes características:
 - a) Caratula, Presentación, Índice y Resumen del aporte.
 - b) 30 páginas mínimo por cada Separata y/o Guía
 - c) Incluye presentación en Word y Power Point.
 - d) Presentación anillada y enviado al correo electrónico de la Dirección de Escuela Profesional.
- Fuentes bibliográficas: páginas Web, revistas especializada, utilizó el APA. V.6.

CAPITULO III

DEL PROCEDIMIENTO PARA LA PRESENTACIÓN DE LAS SEPARATAS Y/O GUÍAS Y SU USO POR LOS ESTUDIANTES.

Art.5° Presentación de solicitudes de Guías y/o Separatas:

El procedimiento para la presentación de las solicitudes y tramitación de las Separatas y/o Guías:

- a) Presentar su solicitud de elaboración de las Guías y/o Separatas en la Dirección de la Escuela Profesional de Economía – DEPE. Las solicitudes se presentaran dentro de los primeros quince (15) días del inicio del Semestre Académico.
- b) Con el Visto Bueno de la Dirección de Escuela, la solicitud se derivará al Decanato para su aprobación y emisión de la Resolución correspondiente.

CAPITULO IV

DEL PROCEDIMIENTO PARA LA APROBACIÓN DE LAS GUÍAS Y/O SEPARATAS

Art.6° Aprobación de Guías y/o Separatas:

El Procedimiento para la aprobación de las Guías y/o Separatas:

- a) Luego de aprobado por el Decanato las horas académicas solicitadas por el docente para la elaboración de la Guía y/o Separata, de acuerdo con el contenido señalado en el Artículo 4° de la presente Directiva, que tendrá vigencia dentro del semestre académico que solicitó.
- b) **El tiempo de presentación de la Guía y/o Separata será en la semana catorce (14) del semestre académico, dentro del cual**

fue autorizado, a la Dirección de la Escuela Profesional de Economía, en un (01) ejemplar.

- c) Presentada la Guía y/o Separata a la Dirección de Escuela Profesional, ésta emitirá la Resolución Directoral de Cumplimiento; remitirá las separatas a la Biblioteca Especializada; y la publicación en la pág. Web de la Facultad.

CAPITULO V

DEL INCUMPLIMIENTO Y SANCIONES

Art.7º Incumplimientos y sanciones:

El Procedimiento por incumplimiento y sanciones de las Guías y/o Separatas:

- a) El docente, al momento de presentar su solicitud y antes del inicio de la aprobación de las guías y/o separatas, firmará un documento de compromiso, dejando constancia del contenido de la presente Directiva.
- b) En caso que el docente no presentara la guía y/o separata en el plazo establecido, la Dirección de Escuela comunicará al Decano del incumplimiento para el trámite correspondiente ante la Oficina de Recursos Humanos, para que el docente devuelva el íntegro del monto recibido por las horas académicas autorizadas, descontándoseles de sus haberes por planilla.
- c) Los docentes que no cumplan con los plazos establecidos en el Art. 6 de la presente Directiva (Décimo Cuarta semana del ciclo académico correspondiente), quedarán impedidos de volver a solicitar horas académicas para la presentación de guías y/o separatas hasta el subsiguiente ciclo académico.

DISPOSICIÓN FINAL

PRIMERA: El tiempo para la elaboración de las Guías y/o Separatas es durante el semestre académico por el que solicitó el docente.

SEGUNDA: la Dirección de Escuela Profesional llevará un libro de registro de cumplimiento de elaboración de Guías y/o Separatas, a efectos de tener un control para informar al órgano competente en los trámites de ratificación y promoción docente y/o solicitud del docente.

TERCERA: Aquello que no esté previsto en la presente Directiva, será resuelta por el Decano de la Facultad.